

HYDRAULIC INVESTIGATIONS
AND LABORATORY SERVICES
OFFICIAL FILE COPY

PAP-1154

Translation No. 412

United States Department of the Interior
Bureau of Reclamation

MORNING-GLORY SHAFT SPILLWAYS; an experimental investigation
(Gli sfioratori a calice; Conclusione di una ricerca sperimentale)

by

Antonello Rubatta

Translated from the Italian by
U. S. Joint Publications Research Service

L'Energia Elettrica, vol. 39, no. 2, pp. 109-119, 1962

Commissioner's Office
Technical Library
Denver, Colorado
August 1962

Translation No.
412

UNITED STATES
DEPARTMENT OF THE INTERIOR
BUREAU OF RECLAMATION

MORNING-GLORY SHAFT SPILLWAYS; an experimental investigation
(Gli sfioratori a calice; Conclusione di una ricerca sperimentale)

by

Antonello Rubatta

Translated from the Italian by
U. S. Joint Publications Research Service

L'Energia Elettrica, no. 2, pp. 109-119, 1962

Note: This is a working translation prepared primarily
for use within the Bureau of Reclamation

Office of Engineering Reference
Denver, Colorado
August 1962

MORNING-GLORY SHAFT SPILLWAYS
An Experimental Investigation

By
Antonello Rubatta

L'Energia Elettrica (Electric Power)
No 2, 1962, pp 109-119

Synopsis

The behavior of four morning-glory shaft spillways with varying slenderness ratios is investigated. The most important experimental results relating to the coefficient of discharge and to the pressures on the edge are expressed in two explicit formulas.

The relations obtained permit the determination of the size of the shaft so that it can satisfy certain preassigned overflow conditions. Moreover, for the cases where the dimensions or slenderness ratio can still be fixed with a certain amount of freedom, two boundary conditions have been devised in order to define the working range of these factors.

1. Premise

The success of morning-glory shaft spillways and their constantly spreading use appear to be well justified by the known advantages which they afford, namely, simplicity of design, absence of moving parts, safe and reliable operation and the possibility of letting through floating bodies without the danger of serious damage.

On the other hand it is pointed out that the criteria for the design of these devices are, as a rule, based upon empirical procedures frequently supported by checks with models, yet resulting from a particular sensitivity of the designer rather than from general objective methods. Neither Bradley's [2] extensive review of spillway prototypes which were operating by 1955 and comprising 23 cases, among which those investigated by Schoklitsch [13], nor the subsequent paper by Abecasis [1] relative to three spillways built in Portugal deal with devices designed according to the same basic idea.

Only recently has one resorted to the same principle applied long since to overflow dams with rectilinear axes which consists in shaping

*We can also quote some significant Italian examples, such as three spillways of the San Valentino dam or the dam of the Eleutero Basin.

the meridians according to the bottom profile of the free flows of corresponding sharp-crested weirs. The face of the dam is made to coincide with this profile when the flow equals the maximum overflow expected, or it is constantly maintained higher so as to ensure that there are no depressions on the weir's body. Extensive investigations have been conducted by C. S. Camp and J. W. Howe [3], E. Lazzari [9] and W. E. Wagner [14] on circular sharp-crested weirs, and D. Citrini [4] devised a procedure for calculating the shape of the aerated streams. E. Lazzari [10] and W. E. Wagner [14] have found, however, that during passage to the corresponding weirs the presence of the solid wall slightly changes both the distribution of pressures and the value of the coefficient of discharge. Hence, there appears to be no good reason for imposing a strict correspondence between the profile of the overfall and the shape of the shaft. Rather, it seems to be more convenient to refer to curves of particularly simple equations which approximate adequately the actual course of aerated flows in sharp-crested weirs and permit at the same time the establishment of direct and independent rules for determining the dimensions of spillways.

On the basis of this criterion, together with E. Marchi I have submitted to the VI Conference on Hydraulics a preliminary investigation of the subject [11]. In this paper we used for the approximate representation of the descending branch of the free flow the parabolic equation

$$(1) \quad \frac{y}{E} = 0.45 \left(\frac{x}{E} \right)^2,$$

where as usual the coordinates x and y (horizontal and vertical, resp.) are calculated from the peak point of the profile, and E is the head measured, of course, in the horizontal plane for the sill.

Equation (1) rewritten with the designations given in Fig. 1 has the form

$$(2) \quad \frac{y}{L} = \left(\frac{R - r}{R - R_0} \right)^2,$$

and is true for the head

$$(3) \quad E = 0.45 \frac{(R - R_0)^2}{L}.$$

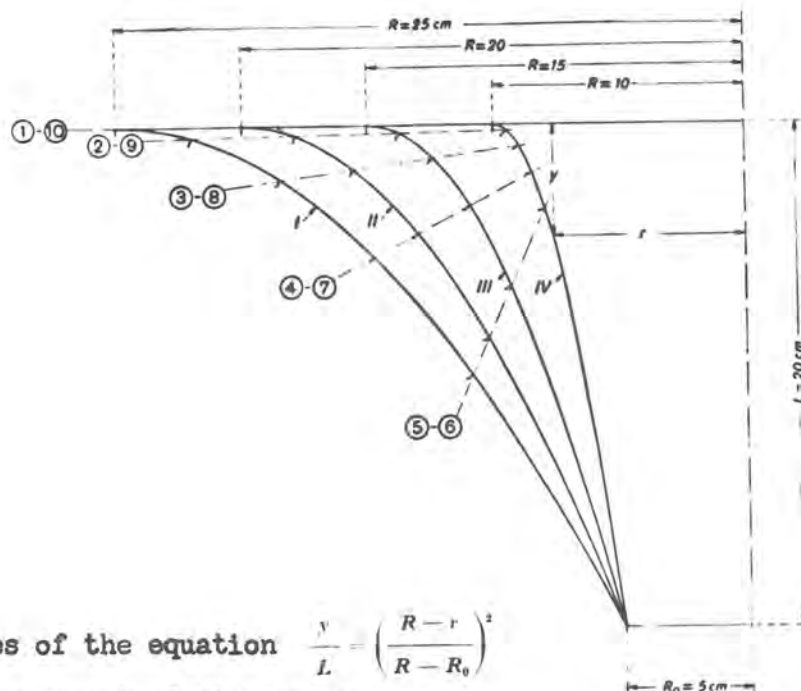


Fig. 1. Profiles of the equation $\frac{y}{L} = \left(\frac{R-r}{R-R_0} \right)^2$
and arrangement of piezometers.

Following the same trend of thought we now suggest for the salient portion of the profile a meridian curve of like simplicity, namely, an ellipse with vertical and horizontal semi-axes Y_e and X_e given by

$$(4) \quad \frac{Y_e}{R} = 0,020$$

$$(5) \quad \frac{X_e}{R} = 1 + 5,55 \frac{E}{R}$$

It was noted that this curve expresses with sufficient accuracy the real trends of free flows.

Equations (2), (4) and (5) will be used systematically for designing shaft spillways. According to Equation (2), if the inner facing were not interrupted at level $-L$ for inserting the discharge pipe, it would have a radius r equal to zero at a level Y underneath the sill plane equal to

$$(6) \quad Y = L \left(\frac{R}{R-R_0} \right)^2,$$

a parameter to which we shall frequently refer in the following.

Already at this stage its introduction makes it possible to simplify somewhat the above formulas which for convenience are gathered below:

$$(7) \quad \frac{y}{Y} = \left(\frac{R-r}{R} \right)^2$$

$$(8) \quad \frac{Y_r}{R} = 0,020$$

$$(9) \quad \frac{X_r}{R} = 1 + 2,5 \frac{R}{Y}$$

A shaft with inner meridian section (7) and a raised mouthpiece dimensioned according to (8) and (9) should be used only up to a maximum head H^* measured this time on the rim of the spillway where, according to (3) and (6), it amounts to

$$H^* = E - Y_r = 0,45 \frac{R^2}{Y} - Y_r$$

Discharge with head H^* should take place at pressures on the facing of the spillway virtually equalling zero, whereas for lesser heads pressure should be positive.

The possibility cannot be excluded, however, that the device may be used with heads in excess of H^* provided that limited subpressure at the facing is tolerated. At any rate, there exists for each shaft a maximum head H_m possibly exceeding H^* , beyond which the pressures involved become prohibitive, hence, the rate of overflow

$$(10) \quad Q = Q(H) = \mu 2 \pi R H \sqrt{2 g H}$$

must be kept below $Q_m = Q(H_m)$. Conversely, if we establish the maximum rate of overflow Q_p desired, the choice of the appropriate shaft depends on the inequality

$$(11) \quad Q_p \leq Q_m = \mu 2 \pi R H_m \sqrt{2 g H_m}$$

which, once Y has been set, involves lower limits for the possible values to be assigned to R .

Moreover, since the purpose of spillways is to let through the rated flow Q_p without getting flooded, this flow must actually be able to pass through its bottom section. We must therefore have

$$(12) \quad Q_p = Q_s = \pi R_0^2 c_v \sqrt{2g(H_1 - L)},$$

which involves a lower limit for H_1 if L and R_0 are determined beforehand (as this is usually the case) and, hence, a higher limit for R .

Obviously these two limits of R become significant only when we are capable of determining the numerical values of μ and c_v . It is precisely the aim of this study to determine the trend of μ . As for c_v , an experimental analysis like ours can establish very little since this factor depends mainly upon the nature of the surfaces of the spillway.

Since it is impossible to analyze thoroughly Equation (12), we deemed it advisable to perform our tests with shafts having the same radius of the base R_0 , the same vertical development L (large with respect to H) and subject, moreover, to identical downstream conditions. In this case it had to be expected (and it did actually occur) that saturation flow assumes virtually the same value for any radius R of the sill, except for the merely irrelevant effect of H emphasized in Equation (12) and a possible residual dependence of c_v on R .

Thus our attention is focused mainly on the coefficient μ and on the distribution of pressures on the facing. These aspects of the outflow phenomenon are basically connected with certain forms of mechanical energy transformation: both μ as well as any dimensionless ratio considering and comprising pressure such as, e. g., $p/\gamma H$ belong to that category of magnitudes which remain invariable while there is a simple change in the scale carried out in accordance with Froude's law.

Some reservations, however, have to be made regarding two different scale effects. In the first place, the increase of the scale must not be such as to produce stresses in the mass of the fluid; furthermore, we cannot exclude a secondary dependence on the Weber number which could be considerable for small models in the field of particularly small heads. Excluding thus exceedingly small and large scales, μ and $p/\gamma H$ must depend in the entire intermediate range only on two dimensionless form parameters necessary for defining the system's geometry and hydraulics.

2. Classification of the Tests and Description of Test Equipment

On the basis of the above premises it was held that a fairly good idea could be derived from studying four morning-glory shafts having, as already mentioned, the same length L (20cm), the same radius R_0 of the bottom section (5cm) and four different radii for the sills, to wit:

Shaft I	Sill radius	$R = 25\text{cm}$
Shaft II	Sill radius	$R = 20\text{cm}$
Shaft III	Sill radius	$R = 15\text{cm}$
Shaft IV	Sill radius	$R = 10\text{cm}$

Hence the values of Y and of ratio R/Y are as follows:

Shaft I	$Y = 31.23\text{cm}$	$R/Y = 0.801$
Shaft II	$Y = 35.58\text{cm}$	$R/Y = 0.562$
Shaft III	$Y = 45.00\text{cm}$	$R/Y = 0.333$
Shaft IV	$Y = 80.00\text{cm}$	$R/Y = 0.125$

The corresponding profiles of the meridian section which can be directly derived from (7) are shown in Fig. 1.

Three different series of measurements were planned for each shaft:

- Determination of the coefficient of discharge as a function of head and, hence, of flow up to its saturation rate;
- Study of the distribution of pressures on the inner facing of the spillway for several head values;
- Measuring the height of water and pressure which manifest themselves in accordance with the crest of the spillway as the working head varies.

The testing equipment (Fig. 2) comprised a masonry tank 1.25 m high and with an area of about 1.3 m^2 fed through a sluice gate from an offtake of the main water pipe of the laboratory [5]. Upstream from the latter we measured the flow by means of calibrated nozzles built into the fixtures. We used nozzles 50 mm in diameter for flows up to about 10 l/sec and 100 mm in diameter for flows in excess of the above. This equipment permits an approximation of no less than 0.3 percent when measuring flows in excess of 1.5 l/sec and of no less than 0.6 percent for smaller flow rates.

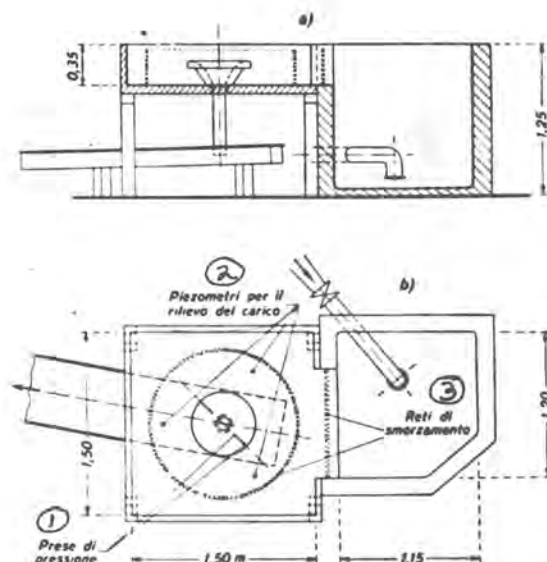


Fig. 2. Vertical section (a) and cross section (b) of experimental plant.

Key: 1) pressure plugs; 2) piezometers measuring head; 3) damping nets.

The suspended reservoir proper was constructed of wood and masonite with an area of 1.50×1.50 m and a height of 0.35 m. Communication with the masonry tank was established by an aperture of the same height as the reservoir and 0.90 m wide.

In the center of this reservoir the various spillway models (Fig. 3) were mounted successively into an opening 140 mm in diameter on the bottom where they were rigidly fixed by means of a rubber packing. A thick net was arranged around them in a concentric circle 1.20 m in diameter (Fig. 2). It had the purpose of regulating the incoming flow. This arrangement proved to be very effective. In fact, checks effected with very fine sand carried as a suspension by the flow or with aluminum filings carried on the surface have shown that the water flowed without substantial tangential velocity components and in a virtually identical fashion at the various radial planes. Evidence of the above is given in Fig. 4 which shows the surface trajectories of incoming flow at shaft II.

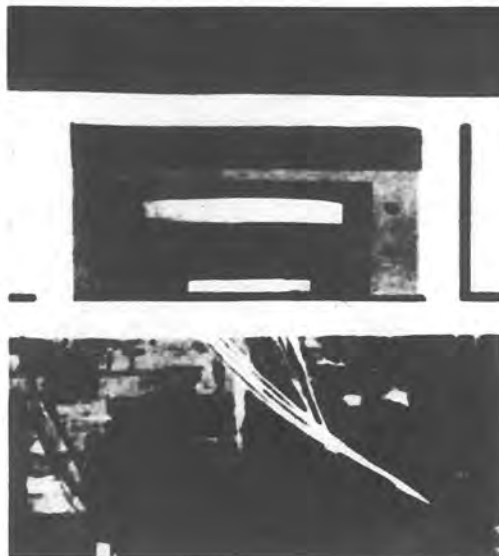


Fig. 3. Downstream view of the tank, the morning-glory shaft spillway with radius $R = 25\text{cm}$ and the discharge pipe.

To the bottom edge of each shaft we applied each time a short vertical portion (0.60m) of a perspex pipe with an inner diameter of 100 mm which ended freely above the tail race. (Fig. 3).

The shafts were made of aluminum castings, finished on a duplicating lathe and carefully varnished.. The body of the spillways was completed by an external vertical facing reaching to level -6 cm with respect to the sill (Fig. 5) with radii of 26.50 cm, 20.96 cm, 15.55 cm and 10.26 cm, respectively, for shafts I, II, III and IV.



Fig. 4. Incoming surface trajectories of shaft II ($R = 20\text{ cm}$).

Hence the overhang is of the order of 1.50 cm, 0.96 cm, 0.55 cm and 0.26 cm, as required by Equation (9). At level $-Y_0$ assigned by Equation (8), equal in the four cases to 0.5 cm, 0.4 cm, 0.3 cm and 0.2 cm, respectively, this facing was interrupted to start the elliptic connection with the sill.

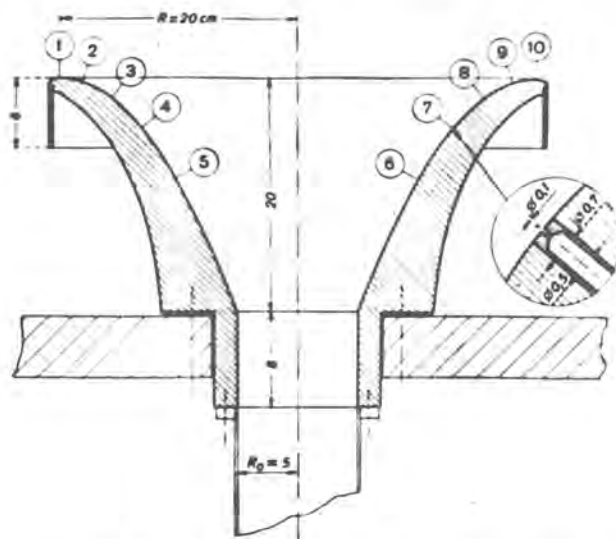


Fig. 5. Cross section of shaft II ($R = 20$ cm) with the detail of a pressure plug

The working head was measured at the three points shown in Fig. 2 where the velocity head was virtually irrelevant. At these points we placed three small vertical brass pipes perforated at various spots and connected by means of transparent plastic tubes with a single glass pipe (diameter 50 mm) placed at the side of the tank.

The free water surface level was read on an Askania cathetometer with a scale graduated in hundreds of a millimeter, and reference to the sill for the determination of the head was carried out by measuring (with a full tank and by means of the same cathetometer) the level of a metal strip of constant thickness placed on the shaft in a diametric position.

Considering that the error in measuring the head was normally less than 0.5 percent, the approximation in determining the coefficient of discharge may be taken as no less than 1 percent.

To measure the head on the inner facing of the various spillways, ten pressure plugs were arranged in a meridian plane (Fig. 1). They were connected by means of plastic tubes with an equal number of piezometers (diameter 100 mm) placed on a special board. The intakes proper consisted of brass pipes fitted into the body of the spillway,

with a small hole (diameter 1 mm) at the inner facing of the shaft (See detail in Fig. 5).

The free water surface level in the piezometers was read with the Askania cathetometer mentioned above. The same instrument was also used for measuring the levels at the center of the intakes. To this end we used a semicylindrical spacer inserted into the intakes so as to form horizontal generatrices. On this distance piece we placed a vertical rod with a blade-shaped bottom edge.

It can be held, as a whole, that the error brought about for one single pressure head by the reading method alone does not exceed 0.1 mm. By arranging the pressure plugs symmetrically in pairs (Fig. 4) we could gain a fair idea of the reliability of the results obtained, check the operation of the intakes and replace those whose performance was not satisfactory.

Finally, the depth of the water stream with respect to the crests of the spillway was measured with the usual rods provided with a nonius graduated in tenths of a millimeter.

3. Experimental Results

The flows Q of our tests and the corresponding values found for the working head H are given in Table I together with the values of the coefficient of discharge μ calculated with the aid of Equation (10) and dimensionless ratios H/Y . The head as a function of flow is graphically shown in Fig. 6.

Discharge is found to be perfectly regular up to maximum flows tested (Figs. 7 and 8). The overflowing water streams appear to be steady also in the case of the fourth shaft operating with strong depressions on the inner facing. In this case, however, drastic measures aimed at conveying air beneath the overflowing stream produced a stall corresponding with the sill with a consequent drop (about 13 percent) of the coefficient of discharge.

At first the air forms a pocket between the shaft and the overflowing stream. It is then slowly eliminated downstream until discharge spontaneously returns to normal*.

*In a preceding series of tests [11], the same shaft was provided on the inside with crosswise arranged baffle plates which interrupted the continuity of the stream and let air flow in freely. Thus discharge by aerated water stream turned out to be much steadier and was found to be the only possible procedure for flows exceeding 15 l/sec.

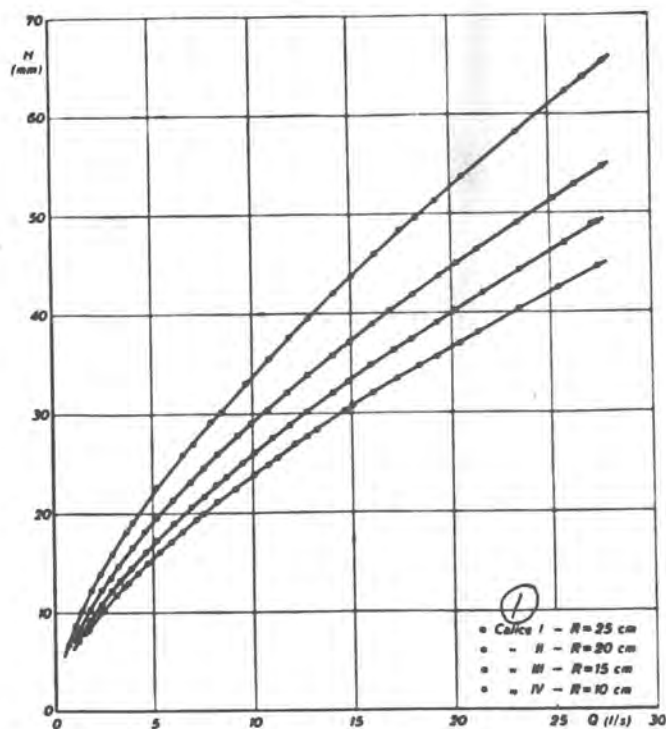


Fig. 6. Head H as a function of flow Q .
Key: 1) shaft.

The overflow downstream (Figs. 9 and 10) appeared only with flow rates close to maximum tests 29 and 30 relative to shaft II, which were performed at the first appearance of the overflow in the bottom section of the spillway and, respectively, with the overflow close to the flooding mark for the sill. We can see that the increase in flow required for the overflow to cover a path equal to the entire height of the spillway amounts to no more than 0.28 l/sec corresponding to about 1 percent.

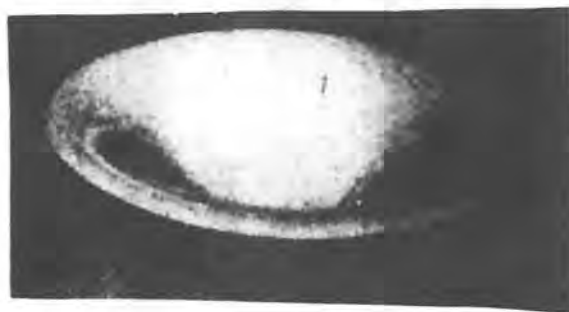


Fig. 7. Discharge with flow of about 20 l/sec with shaft I ($R = 25$ cm).



Fig. 8. Discharge with flow of about 20 l/sec with shaft IV ($R = 10$ cm).



Fig. 9. Shaft II ($R = 20$ cm) during overflow ($Q \approx 27.5$ l/sec).

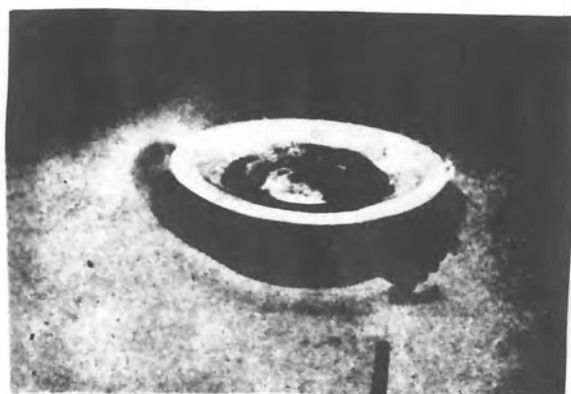


Fig. 10. Shaft III ($R = 15$ cm) during overflow ($Q \approx 27.5$ l/sec).

All the four shafts tested were subjected to identical downstream conditions and attained saturation virtually with the same flow (27.5 l/sec), thus confirming what was predicted in Equation (12). The slight increase (0.37 l/sec) in saturation flow with decreasing radius of the sill is in good conformity (at least qualitatively) with the effect of saturation head.

Of course, the water flowing in the vertical pipe underneath the spillways entrains large amounts of air. This is due especially to the lack of a regular pipe union between this portion of the pipe and the body of the spillway. But when a maximum for $Q \approx 17$ l/sec has been reached the airflow seems to decrease with a further increase of Q so as to become negligible under overflow conditions.

The pressures measured on the inner facing are tabulated in Table II and graphically shown in Fig. 11. Since we are dealing with extremely regular operations, here too the profiles of Equation (7) appear to be advisable. It should be noted, however, that shaft IV has strong depressions: with a flow of 9 l/sec, equivalent to one-third of saturation flow, these depressions, in terms of water column, are already twice as great as the working head.

The most significant values for pressure always depend on the sill: proceeding downstream they reach more or less rapidly atmospheric pressure values. For this reason, measurements have been particularly concentrated at piezometers 1 and 10. The corresponding readings p/γ for the various flows are given in Table III, together with the values of height h of the overfalling stream measured on the vertical of the same pressure gauges. The table also brings the values of working head H found by means of interpolating the data of Table I, as well as some other immediately computable significant values such as H/Y , $P/\gamma H$ and h/H .

Table I

N. ①	Portata ② Q (l/s)	Carico ③ H (mm)	Coefficiente di portata ④ μ	H/Y	N. ①	Portata ② Q (l/s)	Carico ③ H (mm)	Coefficiente di portata ④ μ	H/Y
⑤ CALICE I. R = 25 cm , Y = 31,23 cm , R/Y = 0,801					⑤ CALICE III. R = 15 cm , Y = 45,00 cm , R/Y = 0,333				
1	1,755	8,28	0,335	0,0265	1	1,210	8,19	0,391	0,0182
2	2,470	10,16	0,347	0,0325	2	1,780	10,31	0,407	0,0229
3	3,12	11,70	0,354	0,0375	3	2,380	12,25	0,420	0,0272
4	3,56	12,62	0,360	0,0404	4	2,803	13,48	0,428	0,0300
5	3,74	12,99	0,362	0,0416	5	3,23	14,66	0,433	0,0326
6	4,22	13,93	0,368	0,0446	6	3,93	16,59	0,440	0,0377
7	4,72	14,93	0,371	0,0478	7	4,57	18,16	0,447	0,0404
8	5,34	16,10	0,375	0,0516	8	5,20	19,58	0,454	0,0435
9	5,91	17,16	0,377	0,0550	9	6,00	21,33	0,461	0,0474
10	6,46	18,14	0,379	0,0581	10	6,86	23,17	0,466	0,0515
11	7,17	19,38	0,381	0,0620	11	7,52	24,56	0,468	0,0546
12	7,50	19,88	0,384	0,0640	12	8,22	25,92	0,472	0,0576
13	8,18	21,07	0,384	0,0674	13	9,24	27,83	0,476	0,0619
14	9,10	22,41	0,389	0,0718	14	9,94	29,00	0,482	0,0644
15	10,05	23,83	0,392	0,0763	15	10,75	30,37	0,486	0,0675
16	10,77	24,84	0,395	0,0795	16	11,74	32,09	0,489	0,0713
17	11,24	25,58	0,395	0,0819	17	12,80	33,82	0,492	0,0752
18	12,15	26,91	0,396	0,0862	18	14,10	35,85	0,497	0,0797
19	12,75	27,68	0,397	0,0886	19	14,90	37,14	0,498	0,0826
20	13,22	28,37	0,397	0,0908	20	16,05	38,95	0,500	0,0856
21	14,65	30,24	0,399	0,0968	21	16,92	40,25	0,502	0,0895
22	15,07	30,76	0,401	0,0985	22	18,04	41,90	0,504	0,0931
23	16,05	32,00	0,402	0,1024	23	19,36	43,75	0,506	0,0972
24	17,30	33,45	0,406	0,1071	24	20,28	45,05	0,508	0,1001
25	18,35	34,70	0,407	0,1111	25	21,30	46,40	0,511	0,1031
26	19,27	35,65	0,410	0,1142	26	23,35	49,05	0,515	0,1090
27	20,40	36,95	0,412	0,1183	27	25,20	51,50	0,516	0,1145
28	21,30	38,00	0,412	0,1217	28	26,25	52,85	0,517	0,1175
29	23,40	40,35	0,414	0,1292	29	27,60	54,70	0,517	0,1215
30	25,40	42,50	0,416	0,1361					
31	27,35	44,60	0,416	0,1428					

Key: 1) No.; 2) flow; 3) head; 4) coefficient of discharge; 5) shaft

Table I (contd)

① CALICE II. R = 20 cm , Y = 35,58 cm , R/Y = 0,562					① CALICE IV. R = 10 cm , Y = 80,00 cm , R/Y = 0,125				
1	1,194	7,15	0,355	0,0226	1	0,712	6,72	0,464	0,0084
2	1,791	9,16	0,367	0,0257	2	1,062	8,65	0,474	0,0108
3	2,377	10,86	0,377	0,0305	3	1,387	10,17	0,485	0,0127
4	2,838	12,10	0,383	0,0340	4	1,893	12,27	0,500	0,0153
5	3,30	13,24	0,389	0,0372	5	2,34	13,87	0,514	0,0173
6	3,88	14,51	0,399	0,0408	6	2,94	15,88	0,527	0,0199
7	4,61	16,13	0,404	0,0453	7	3,67	18,16	0,539	0,0227
8	5,20	17,32	0,410	0,0487	8	3,99	19,10	0,543	0,0239
9	6,03	18,97	0,415	0,0534	9	5,18	22,58	0,548	0,0282
10	6,91	20,67	0,418	0,0581	10	6,50	25,89	0,559	0,0324
11	7,53	21,82	0,420	0,0614	11	7,04	26,96	0,564	0,0337
12	8,12	22,82	0,423	0,0642	12	7,89	29,18	0,569	0,0365
13	8,63	23,68	0,425	0,0666	13	8,41	30,19	0,576	0,0377
14	9,50	25,06	0,430	0,0704	14	9,70	33,06	0,579	0,0413
15	10,06	26,06	0,431	0,0732	15	10,85	35,48	0,583	0,0443
16	11,00	27,55	0,433	0,0774	16	11,89	37,59	0,586	0,0470
17	11,88	28,80	0,436	0,0810	17	12,85	39,50	0,588	0,0494
18	12,77	30,15	0,438	0,0848	18	14,15	42,05	0,589	0,0526
19	14,08	32,10	0,440	0,0903	19	15,03	43,80	0,589	0,0548
20	14,85	33,20	0,441	0,0934	20	16,20	46,00	0,590	0,0575
21	15,97	34,75	0,443	0,0977	21	17,45	48,30	0,590	0,0604
22	17,12	36,30	0,445	0,1020	22	18,22	49,55	0,593	0,0619
23	17,96	37,40	0,446	0,1052	23	19,23	51,30	0,594	0,0641
24	19,26	39,05	0,448	0,1097	24	20,60	53,70	0,595	0,0671
25	20,20	40,25	0,449	0,1132	25	23,37	58,20	0,597	0,0728
26	21,59	42,00	0,451	0,1181	26	25,88	62,40	0,596	0,0780
27	23,47	44,30	0,452	0,1245	27	26,76	63,80	0,596	0,0798
28	25,72	47,00	0,453	0,1322	28	27,72	65,30	0,597	0,0816
29	27,07	48,60	0,453	0,1366					
30	27,35	48,80	0,453	0,1372					

Key: 1) shaft

Note: For key to columns, see previous page.

Table II

① CALICE I $R = 25 \text{ cm}$, $Y = 31,23 \text{ cm}$, $R/Y = 0,801$						① CALICE III $R = 15 \text{ cm}$, $Y = 45,00 \text{ cm}$, $R/Y = 0,333$					
② Numero d'ordine delle prese	③ Quote del centro delle prese (mm)	④ Pressioni (mm d'acqua)				② Numero d'ordine delle prese	③ Quote del centro delle prese (mm)	④ Pressioni (mm d'acqua)			
		$Q = 3,27$ l/s	$Q = 8,25$ l/s	$Q = 14,16$ l/s	$Q = 21,38$ l/s			$Q = 3,24$ l/s	$Q = 8,21$ l/s	$Q = 14,10$ l/s	$Q = 21,45$ l/s
1	0	8,7	14,4	18,0	21,5	1	0	6,2	2,9	-5,6	-19,3
2	-4,29	4,9	9,3	12,6	16,3	2	-2,31	2,9	0,5	-5,7	-15,6
3	-21,25	3,1	5,3	7,0	9,3	3	-12,54	1,1	-0,9	-5,5	-13,8
4	-52,40	1,1	1,9	2,5	3,9	4	-32,71	0,5	-0,7	-3,2	-7,2
5	-99,99	0,3	0,7	1,1	2,7	5	-64,46	-0,1	-0,5	-0,8	-1,1
6	-99,27	0,1	0,4	0,8	2,5	6	-64,46	-0,1	-0,5	-0,8	-1,1
7	-52,16	1,2	2,1	2,8	4,1	7	-32,63	0,4	-0,7	-3,4	-7,4
8	-21,07	3,1	5,3	7,0	9,3	8	-12,46	1,1	-0,9	-5,6	-12,9
9	-4,34	4,9	9,4	12,8	16,4	9	-2,40	2,9	0,5	-5,6	-15,4
10	0	8,7	14,4	17,9	21,4	10	0	6,2	2,9	-5,7	-19,4

① CALICE II $R = 20 \text{ cm}$, $Y = 35,58 \text{ cm}$, $R/Y = 0,562$						① CALICE IV $R = 10 \text{ cm}$, $Y = 80,00 \text{ cm}$, $R/Y = 0,125$					
② Numero d'ordine delle prese	③ Quote del centro delle prese (mm)	④ Pressioni (mm d'acqua)				② Numero d'ordine delle prese	③ Quote del centro delle prese (mm)	④ Pressioni (mm d'acqua)			
		$Q = 3,25$ l/s	$Q = 8,07$ l/s	$Q = 14,15$ l/s	$Q = 21,28$ l/s			$Q = 3,17$ l/s	$Q = 8,06$ l/s	$Q = 14,04$ l/s	$Q = 21,78$ l/s
1	0	8,0	12,4	14,5	13,5	1	0	-11,3	-56,5	-106	-206
2	-3,10	4,7	8,1	10,5	11,2	2	-2,34	-8,1	-37,3	-76	-137
3	-17,01	2,2	3,2	3,6	3,4	3	-8,57	-4,9	-23,4	-47	-76
4	-43,23	0,7	0,9	1,6	1,7	4	-19,34	-1,4	-8,5	-19	-45
5	-84,03	0,1	0,6	1,1	1,4	5	-33,70	-0,7	-3,8	-10	-29
6	-84,15	0,3	0,6	1,3	1,5	6	-33,34	-0,8	-3,2	-11	-29
7	-43,23	0,5	0,8	1,5	1,6	7	-19,19	-1,4	-8,8	-19	-46
8	-16,90	2,0	2,9	3,2	2,9	8	-8,55	-4,9	-23,1	-46	-75
9	-3,07	4,7	8,1	10,6	11,4	9	-2,34	-8,2	-38,4	-75	-134
10	0	8,0	12,3	14,4	13,5	10	0	-11,2	-56,2	-112	-213

Key: 1) shaft; 2) serial number of intakes; 3) levels at intake centers (mm);
4) pressure (mm of water)

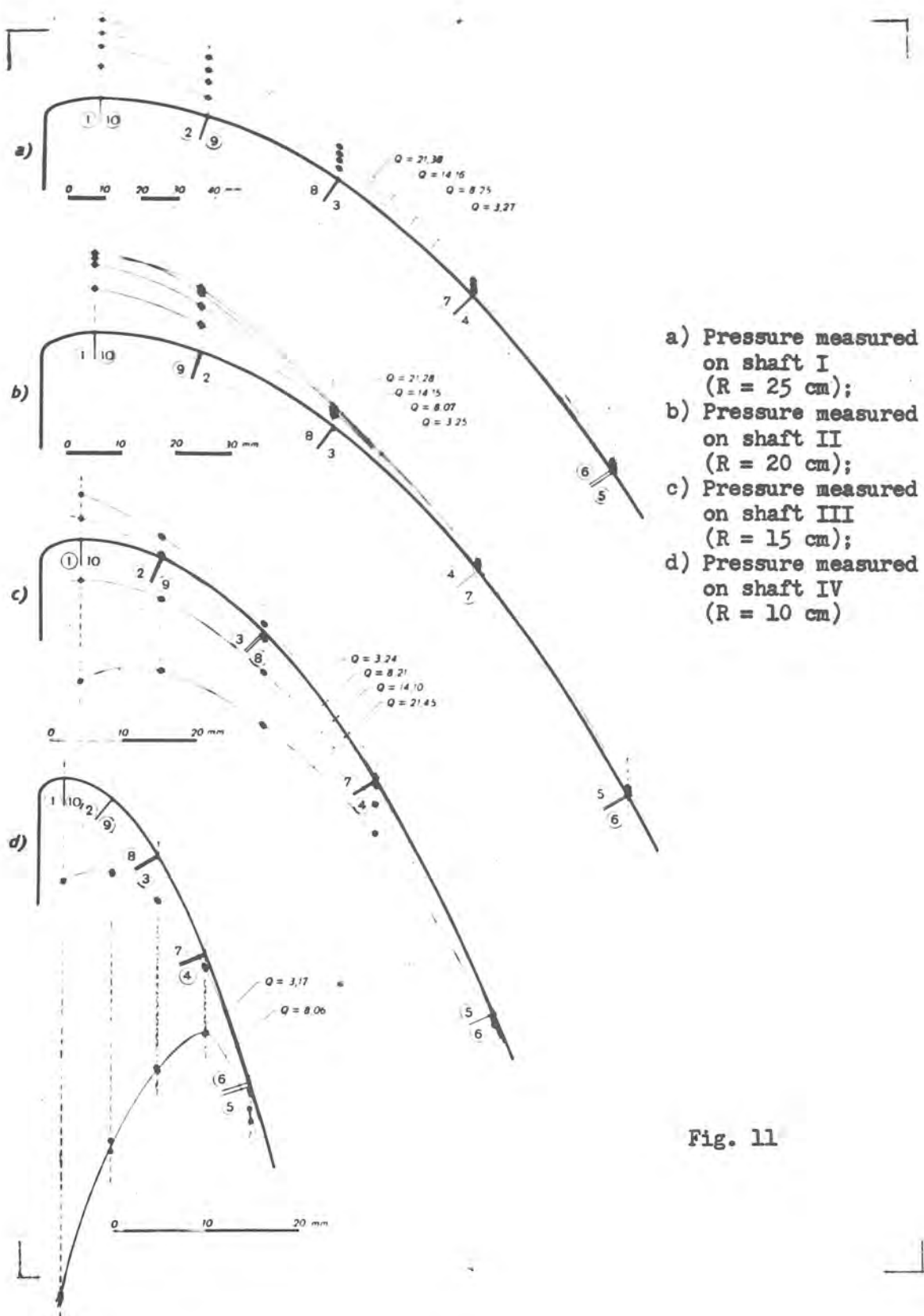


Fig. 11

Table III

① N.	② Portata Q (l/s)	③ Carico h (mm)	$\frac{H}{Y}$	④ Pressioni p/γ (mm d'acqua)	$\frac{p}{\gamma H}$	⑤ Altezze d'acqua h (mm)	$\frac{h}{H}$
				1 10		1 10	
⑥ CALICE I R = 25 cm , Y = 31,23 cm , R/Y = 0,801							
1	1,99	8,90	0,0285	6,3 6,3	0,71	6,7 6,7	0,75
2	3,27	12,00	0,0384	8,7 8,7	0,72	9,6 9,6	0,80
3	5,20	15,45	0,0495	10,8 10,8	0,70	12,4 12,4	0,80
4	8,25	21,22	0,0679	14,4 14,4	0,68	17,5 17,5	0,82
5	11,28	25,65	0,0821	16,3 16,3	0,64	20,7 20,8	0,81
6	14,16	29,60	0,0947	18,0 17,9	0,61	24,0 24,1	0,81
7	17,33	33,50	0,1072	19,7 19,7	0,59	27,4 27,5	0,82
8	21,38	38,10	0,1220	21,5 21,4	0,56	31,4 31,5	0,83
9	25,57	42,70	0,1368	22,7 22,7	0,53	35,4 35,5	0,83
⑥ CALICE II R = 20 cm , Y = 35,58 cm , R/Y = 0,562							
1	1,791	9,16	0,0258	5,7 5,7	0,62	6,5 6,5	0,71
2	3,25	13,12	0,0369	8,0 8,0	0,61	9,7 9,6	0,73
3	5,25	17,42	0,0490	10,2 10,2	0,59	13,7 13,7	0,79
4	8,07	22,72	0,0638	12,4 12,3	0,54	18,3 18,3	0,81
5	11,08	27,68	0,0778	13,4 13,4	0,48	22,5 22,5	0,81
6	14,15	32,20	0,0906	14,5 14,4	0,45	26,2 26,3	0,81
7	17,28	36,40	0,1024	14,1 14,1	0,39	29,9 29,9	0,82
8	21,28	41,74	0,1173	13,5 13,5	0,32	34,4 34,5	0,82
9	25,62	46,88	0,1320	12,3 12,2	0,26	38,7 38,7	0,82

Key: 1) No.; 2) flow; 3) head; 4) pressure p/γ (mm of water);
5) height of water; 6) shaft.

Table III (contd)

⑥ CALICE III
 $R = 15 \text{ cm}$, $Y = 45,00 \text{ cm}$, $R Y = 0,333$

1	1,785	10,32	0,0229	5,6	5,6	0,54	8,1	8,1	0,78
2	3,24	14,60	0,0326	6,2	6,2	0,42	11,6	11,6	0,79
3	5,20	19,58	0,0435	5,6	5,6	0,29	15,6	15,6	0,80
4	8,21	25,01	0,0576	2,9	2,9	0,11	20,7	20,8	0,80
5	10,65	30,20	0,0671	-1,0	-1,1	-0,03	25,2	25,2	0,81
6	14,10	35,85	0,0797	-5,6	-5,7	-0,16	28,9	29,0	0,81
7	17,57	41,20	0,0916	-11,7	-11,6	-0,28	33,2	33,3	0,81
8	21,45	46,60	0,1035	-19,3	-19,4	-0,42	38,0	38,0	0,82
9	25,67	52,10	0,1158	-27,7	-27,5	-0,53	42,6	42,8	0,82

⑥ CALICE IV
 $R = 10 \text{ cm}$, $Y = 80,00 \text{ cm}$, $R Y = 0,125$

1	1,852	12,10	0,0151	-2,4	-2,4	-0,20	9,1	9,1	0,75
2	3,17	16,60	0,0207	-11,3	-11,2	-0,68	12,6	12,6	0,76
3	5,21	22,66	0,0283	-28,3	-28,1	-1,25	17,2	17,3	0,76
4	8,06	29,52	0,0379	-56	-56	-1,90	22,6	22,6	0,77
5	11,28	36,34	0,0454	-83	-87	-2,24	28,3	28,3	0,78
6	14,04	41,75	0,0522	-106	-112	-2,61	33,4	33,5	0,80
7	17,43	48,25	0,0604	-151	-162	-3,24	39,6	39,6	0,82
8	21,78	55,60	0,0695	-206	-213	-3,77	44,4	44,4	0,80
9	25,62	62,00	0,0775	-248	-256	-4,07	50,4	50,5	0,81

Key: see preceding page.

4. Processing Experimental Data.

In accordance with what was stated in the premise, the coefficient of discharge μ must depend upon two different dimensionless parameters which it appears natural to construe proceeding from the quantities R and H so that the former characterize the shape of the shaft and the latter determine the specific conditions under which it operates. More precisely, it is required that the parameter with R comprise geometric quantities relative only to the shafts, such as R_0 , L and Y . Bearing in mind that the interruption of a shaft designed for various levels $-L$ for the purpose of connecting it with cylindrical pipes of varying diameters might affect saturation flow but not the value of the coefficient of discharge, it appears expedient to exclude the lengths R_0 and L from the pure number investigated. Hence there remains only Y^{-1} as an adequate dimensionless factor for R .

As for the most expedient form of the second pure number, that comprising H , we can draw useful inferences from the examination of experimental values of μ . We note, in fact, that the trend of the coefficient of discharge as a function of H/Y (Fig. 12) follows the same pattern for all the four shafts investigated, at least if we exclude the curve for shaft IV for H/Y exceeding 0.04, that is, for overflow rates in excess of about 9 l/sec. By adopting H/Y as the second dimensionless parameter it is therefore possible to separate the effect of the shape of the shaft from that of working head enabling us to express the coefficient of discharge by the product of two factors each being a function of only one variable:

$$\mu = \mu_R \left(\frac{R}{Y} \right) \mu_H \left(\frac{H}{Y} \right).$$

Moreover, the experimental results plotted on logarithmic coordinate paper suggests the following approximate determinations for the two functions μ_R and μ_H :

$$\mu_R = \left(\frac{R}{Y} \right)^{0.262}$$

$$\mu_H = 0.420 - \frac{0.0047}{0.02 + H/Y}$$

Hence we find

$$(13) \quad \mu = \left(0.420 - \frac{0.0047}{0.02 + H/Y} \right) \left(\frac{R}{Y} \right)^{0.262}$$

The curves of Equation (13) relative to the four shafts investigated are given in Fig. 12 which also shows the experimental points. We can see that the agreement is quite satisfactory: deviations are less than 2 percent and exceed the magnitude only in the case of shaft IV for H/Y greater than 0.04. In this field, which, as a matter of fact, is unsuitable for technical application because of the high depressions on the spillway, this deviation is still contained within the range of about 7 percent.

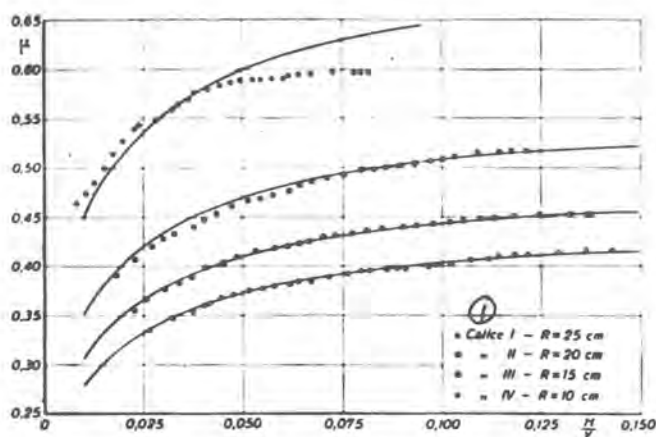


Fig. 12. Experimental determinations of μ juxtaposed with the curves of equation

$$\mu = \left(0.420 - \frac{0.0047}{0.02 - H/Y} \right) \left(\frac{R}{Y} \right)^{0.262}$$

Key: 1) shaft.

Parameters R/Y and H/Y are well suited as reference values also as regards the pressures on the facing with respect to the sill of the spillway, which, as already mentioned, are the most significant index of the stresses acting upon the spillway. Figure 13 shows, in fact that the experimental data on these pressures, or, more precisely, on dimensionless ratios $P/\gamma H$ are well approximated by the relation

$$(14) \quad \frac{P}{\gamma H} = 0.80 - 1.42 \frac{H}{Y} \left(\frac{R}{Y} \right)^{-1.9}$$

here too with the exception of shaft IV with H/Y greater than 0.04.

Finally, the value of the coefficient of contraction h/H of the stream always ranges around 0.80 excepting a slight tendency to increase with increasing H/Y . The highest and lowest values recorded are 0.75 for $H/Y = 0.015$ and 0.83 for $H/Y = 0.15$, respectively.

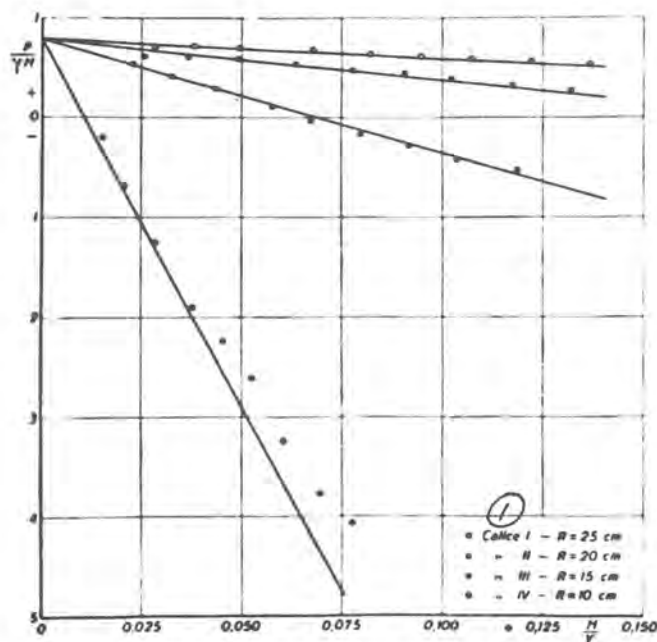


Fig. 13. Experimental values of $p/\gamma H$ and the curves of the

equation
$$\frac{p}{\gamma H} = 0.80 - 1.42 \frac{H}{Y} \left(\frac{R}{Y} \right)^{1.5}$$

Key: 1) shaft.

5. Conclusions.

The empirical expressions found for the coefficient of discharge and for pressure head on the edge, that is, Equations (13) and (14), together with condition (12) relative to saturation limit enable us to solve the hydraulic problems connected with morning-glory shaft spillways having the meridian profile suggested in this paper.

With the aid of these formulas we can also devise a design calculation and succeed in determining, if only by trial and error, the fundamental lengths R and Y of the spillway. Of course, the solution of this latter problem is anything but unique if only maximum working flow and the relative head are assigned; on the other hand,

the problem becomes well defined when pressure on the sill is also specified.

Whenever there is indetermination, this may turn out to be useful for satisfying other conditions not hydraulic in character, such as, e. g., those of reducing the volume of masonry or of bringing about a particularly convenient distribution of stresses in the spillway [6]. A random choice of R and Y is, at any rate, bounded by the two conditions (11) and (12) given at the beginning and relative, respectively, to the magnitude of subpressures with respect to the inner facing and to the possibility of delivering the flow through the discharge pipe.

With regard to the criteria by which R and Y can be chosen within the range of acceptable values, it should be noted that the idea suggested occasionally [14], according to which the sill radii should be kept relatively small in order to obtain by means of an increase in the coefficient of discharge a reduction of the head required for the scheduled overflow, is far from being always successful. Indeed, this procedure leads to an increase in the length (height) of the shaft. Moreover, if this height is assigned from the very beginning, the above criterion proves to be deceptive: the desired increase of μ does actually occur in conformity with Equation (13) but it is no longer sufficient to compensate for the reduced spillway sill, as is clearly shown in Fig. 6.

Some other observation made during the tests may complete the overall picture. If water is supplied in a reasonably regular and symmetrical fashion, the spillway has a satisfactory behavior: the overflowing steam is steady and uniform, no vertical vortices occur and finally, during submerged operation, the foaming "mushroom" in the center of the spillway does not pulsate. Irregular and unstable discharges observed occasionally [2, 7, 11] are not necessarily connected with nonsymmetric feeding as it may occur, e. g., near the side of the basin.* Of course, these effects cannot always be foreseen, and only by a specific investigation with a model can we detect them case by case and devise at the same time the most efficient countermeasures.

*Some data on the consequences of nonsymmetric water supply can be gathered from the study of the two limiting cases hitherto investigated: that of a thin-walled circular weir [12] and that of a shaft opened directly on the bottom of the reservoir [8].

HELIOGRAPHY

- [1] F. M. Abecasis: "The Behavior of Morning-Glory Shaft Spillways." IARH Proceedings of the Sixth General Meeting, Delft, 1955.
- [2] J. N. Bradley: "Morning-Glory Shaft Spillways: Prototype Behavior." Trans. of the ASCE, 1956.
- [3] C. S. Camp;
J. W. Howe: "Tests of Circular Weirs." Civil Engineering, April 1939.
- [4] D. Citrini: "An Experiment in Numerical Calculation: Circular Weirs." Transactions of the Milan Seminar on Mathematics and Physics, 1950.
- [5] G. Cocchi: The Laboratory of the Bologna Institute of Hydraulics, 1954.
- [6] C. Datei: "Considerations on the Shape of Meridian Profiles of Morning-Glory Shaft Spillways." L'Acqua (The Water), March-April, 1961.
- [7] J. Faure;
L. Pugnet: "Study of the Supply of a Shaft Spillway." Sixth Conference on Hydraulics and Hydraulic Construction, Padua, May 1959.
- [8] L. M. Laushey;
F. T. Mavis: "Air Entrained by Water Flowing Down Vertical Shafts." Proc. Minnesota International Hydraulics Convention, Minneapolis, 1953.
- [9] E. Lazzari: "Experimental Research on Circular Weirs." L'Energia Elettrica (Electric Power), November 1954
- [10] E. Lazzari: "Experimental Research on Shaft Spillways." Sixth Conference on Hydraulics and Hydraulic Construction, Padua, May 1959.
- [11] E. Marchi;
A. Rubatta: "Experimental Research on Shaft Spillways." Sixth Conference on Hydraulics and Hydraulic Construction, Padua, May 1959.

BIBLIOGRAPHY (contd)

- [12] C. J. Posey: "How the Vortex Effects Orifice Discharge." Engineering News-Record, March 1950.
- [13] A. Schoklitsch: "Shaft Spillways." Wasserkraft und Wasserwirtschaft, February 1942.
- [14] W. E. Wagner: "Morning-Glory Shaft Spillways: Determination of Pressure - Controlled Profiles." Transactions of the ASCE, 1956.

Author's Address:

Dott. Ing. Antonello Rubatta, Istituto di Idraulica,
Università di Bologna, viale Risorgimento 2.

Gli sfioratori a calice

Conclusione di una ricerca sperimentale

Sommario

Esaminato il comportamento di quattro sfioratori a calice di forma parabolica, caratterizzati da differenti gradi di snellezza, si riassumono in due formule esplicite i risultati sperimentali più significativi, vale a dire quelli relativi al coefficiente di efflusso e quelli riguardanti le pressioni sul ciglio sfiorante.

Le relazioni ottenute consentono il dimensionamento del calice atto a soddisfare preassegnate modalità a sfioro. Inoltre, per i casi in cui le dimensioni od il grado di snellezza possono ancora venir fissate con una certa arbitrarietà, si indicano due condizioni limitative che individuano il campo utile per tali fattori.

1. - PREMESSE.

Il favore costante incontrato dagli scaricatori di superficie a calice, ed il generalizzarsi del loro uso, appaiono ben giustificati dai noti vantaggi che essi presentano: semplicità costruttiva, assenza di parti mobili, sicurezza di funzionamento e possibilità di smaltire senza grave danno anche eventuali corpi solidi galleggianti.

Per contro si rileva che i criteri di dimensionamento di queste opere sono di norma basati su procedimenti senz'altro empirici, spesso suffragati da opportuni controlli su modello, ma dovuti ad intuizioni particolari dei progettisti, più che a metodi di carattere generale. Nè la vasta rassegna dei prototipi già entrati in funzione nel 1955, condotta dal Bradley [2] e comprendente ventitre casi ⁽¹⁾ fra i quali anche quelli considerati da Schoklitsch [13], nè il successivo complemento dell'Abecasis [1], relativo a tre sfioratori costruiti in Portogallo, presentano opere realizzate secondo le medesime idee.

Solo ultimamente si è fatto uso dello stesso principio guida adottato da tempo per le dighe tracimanti ad asse rettilineo, e consistente nel sagomare la sezione meridiana in base al profilo inferiore delle vene libere nei corrispondenti stramazzi a spigolo vivo. Precisamente, si fa in modo che il paramento della diga coincida con tale profilo, quando la portata diviene uguale alla massima che si inten-

de sfiorare, oppure che se ne mantenga costantemente più alto, così da garantire l'assenza di depressioni sul corpo dello sfioratore. In vista di questa applicazione sono stati eseguiti da C. S. Camp e J. W. Howe [3], E. Lazzari [9] e W. E. Wagner [14] esaurienti rilievi sugli stramazzi a spigolo vivo con pianta circolare, e D. Citrini [4] ha impostato un procedimento di calcolo per la forma delle relative lame aerate. E. Lazzari [10] e W. E. Wagner [14] hanno però constatato che nel passaggio agli sfioratori corrispondenti, la presenza della parete solida altera un poco sia la distribuzione delle pressioni che il valore del coefficiente di efflusso. In questo stato di cose non appare quindi giustificato imporre una stretta corrispondenza fra il profilo della vena libera e la sagoma del calice. Sembra invece più conveniente far riferimento a profili di equazione particolarmente semplice, che pur approssimando in modo adeguato l'effettivo andamento delle vene aerate negli stramazzi a spigolo vivo, consentano nello stesso tempo di stabilire regole dirette ed indipendenti per il proporzionamento degli sfioratori.

Sulla base di questo criterio ho presentato al VI Convegno di Idraulica, in collaborazione con E. Marchi, uno studio preliminare sull'argomento [11]. In quella nota si è proposto di utilizzare per la rappresentazione approssimata del ramo discendente della vena libera l'equazione parabolica

$$(1) \quad \frac{y}{E} = 0,45 \left(\frac{x}{E} \right)^2,$$

in cui, al solito, le coordinate x ed y , orizzontali e verticali rispettivamente, sono valutate dal punto di colmo del profilo, ed E vale il carico di funzionamento, misurato naturalmente sul piano orizzontale per la soglia dello stramazzo.

La (1), riscritta utilizzando le variabili indicate in fig. 1, assume la forma

$$(2) \quad \frac{y}{L} = \left(\frac{R-r}{R-R_0} \right)^2,$$

valida per il carico

$$(3) \quad E = 0,45 \frac{(R-R_0)^2}{L}.$$

⁽¹⁾ Si possono citare anche notevoli esempi italiani quali i tre sfioratori per la diga di S. Valentino e quello del bacino dell'Eleutero.

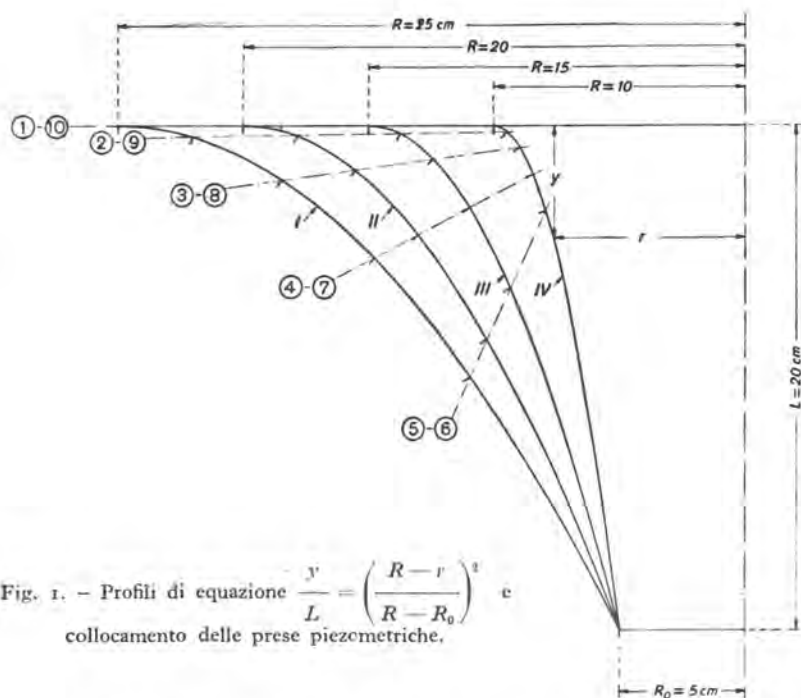


Fig. 1. - Profili di equazione $\frac{y'}{L} = \left(\frac{R-r}{R-R_0}\right)^2$ e collocaimento delle prese piezometriche.

Seguendo lo stesso ordine di idee, si suggerisce ora per la porzione saliente del profilo una curva meridiana altrettanto semplice: un'ellisse di semiassi verticale ed orizzontale Y_e ed X_e dati da

$$(4) \quad \frac{Y_e}{R} = 0,020$$

$$(5) \quad \frac{X_e}{R} = 1 + 5,55 \frac{E}{R}$$

Si è notato infatti che questa curva rappresenta in media abbastanza bene i reali andamenti delle vene libere.

Le equazioni (2) (4) e (5) verranno impiegate sistematicamente per sagomare gli sfioratori a calice. In base alla (2), se il paramento interno non venisse troncato a quota $-L$ per eseguire l'innesto alla condotta di scarico, esso finirebbe con il presentare raggio r nullo ad una quota Y sotto il piano della soglia pari a

$$(6) \quad Y = L \left(\frac{R}{R-R_0} \right)^2,$$

parametro questo a cui si farà frequente riferimento in seguito. Già ora, la sua introduzione permette di snellire un poco le formule precedenti, che per comodità si riuniscono insieme qui di seguito:

$$(7) \quad \frac{y'}{Y} = \left(\frac{R-r}{R} \right)^2$$

$$(8) \quad \frac{Y_e}{R} = 0,020$$

$$(9) \quad \frac{X_e}{R} = 1 + 2,5 \frac{R}{Y}$$

Un calice realizzato con profilo meridiano interno (7) e con invito d'imbocco ellittico dimensionato in base alle (8) e (9) dovrebbe venir utilizzato solo fino al carico massimo H^* , misurato questa volta sul ciglio dello sfioratore, che secondo le (3) e (6) è dato dalla

$$H^* = E - Y_e = 0,45 \frac{R^2}{Y} - Y_e.$$

Il deflusso sotto carico H^* dovrebbe aver luogo con pressioni praticamente nulle sul paramento dello sfioratore, mentre per carichi inferiori dovrebbero presentarsi pressioni sicuramente positive.

Con ciò non si vuole escludere che il dispositivo possa venir impiegato utilmente anche sotto carichi maggiori di H^* , a patto di tollerare limitate sottopressioni al paramento. Esiste comunque per ogni calice un carico massimo H_m , eventualmente superiore ad H^* , oltre il quale le pressioni in gioco riescono proibitive, e perciò le

portate di sfioro

$$(10) \quad Q = Q(H) = \mu 2 \pi R H \sqrt{2 g H},$$

devono essere contenute al di sotto della $Q_m = Q(H_m)$. Inversamente, stabilita la massima portata Q_p che si intende sfiorare, la scelta del calice adatto è condizionata dalla disuguaglianza

$$(11) \quad Q_p \leq Q_m = \mu 2 \pi R H_m \sqrt{2 g H_m},$$

che, una volta fissato Y , implica una limitazione inferiore per i possibili valori da assegnare ad R .

Inoltre, dato che lo scopo dello sfioratore è quello di smaltire senza ingolfarsi la portata prevista Q_p , occorre che questa portata possa effettivamente attraversare la sua sezione inferiore. Occorre cioè che riesca

$$(12) \quad Q_p \leq Q_s = \pi R_0^2 c_v \sqrt{2 g (H_s + L)},$$

il che comporta un limite inferiore per H_s , se L ed R_0 sono prefissate, come avviene di solito, e quindi un limite superiore per R .

Ovviamente queste due limitazioni per R assumono forma quantitativa solo quando si sia in grado di precisare i valori numerici di μ e c_v . Scopo principale della presente ricerca è appunto quello di stabilire l'andamento di μ . Per quanto si riferisce a c_v , ben poco può dire un'analisi sperimentale del tipo qui intrapreso, dato che il c_v dipende principalmente dalla natura delle superfici dello sfioratore.

Nell'impossibilità di analizzare compiutamente la limitazione (12) si è ritenuto opportuno sperimentare su calici dello stesso raggio di base R_0 , dello stesso sviluppo verticale L , grande rispetto ad H , ed assoggettati per di più ad identiche condizioni di valle. In tale situazione era

prevedibile, come si è poi effettivamente riscontrato, che la portata di saturazione assumesse praticamente lo stesso valore per qualunque raggio R della soglia, salvo la debole influenza di H messa in luce dalla (12) ed una eventuale dipendenza residua di c_v da R .

L'attenzione verrà dunque concentrata principalmente sul coefficiente μ e sull'andamento delle pressioni al paramento. Questi aspetti del fenomeno di efflusso sono sostanzialmente legati a forme di trasformazione di energia meccanica: sia μ che un qualsiasi rapporto adimensionale contenente le pressioni, quale ad esempio $p/\gamma H$, appartengono cioè a quella categoria di grandezze che si mantengono inalterate per semplice cambiamento di scala operato nell'ambito della regola di Froude.

Qualche riserva va però avanzata, in merito a due distinti effetti di scala. Occorre intanto che un suo aumento non porti a dover considerare sforzi di trazione nella massa liquida; inoltre non si può escludere una dipendenza secondaria dal numero di Weber, che potrebbe riuscire sensibile su piccoli modelli nel campo dei carichi particolarmente bassi. Escluse così le scale straordinariamente grandi e piccole, μ e $p/\gamma H$ dovranno dipendere, in tutto il campo intermedio, da due soli parametri adimensionali di forma, necessari a definire la geometria e l'idraulica del sistema.

2. - INQUADRAMENTO DELLE ESPERIENZE E DESCRIZIONE DELL'APPARATO.

Date le premesse si è ritenuto di poter ottenere un quadro sperimentale abbastanza completo esaminando quattro calici aventi, come si è detto, la stessa lunghezza L (fissata in 20 cm) lo stesso raggio R_0 nella sezione inferiore (fissato in 5 cm) e quattro diversi raggi in corrispondenza della soglia. Precisamente:

Calice I	Raggio della soglia	$R = 25$ cm
Calice II	» » »	$R = 20$ cm
Calice III	» » »	$R = 15$ cm
Calice IV	» » »	$R = 10$ cm

Di conseguenza i valori di Y e del rapporto R/Y sono risultati essere

Calice I	$Y = 31,23$ cm	$R/Y = 0,801$
Calice II	$Y = 35,58$ cm	$R/Y = 0,562$
Calice III	$Y = 45,00$ cm	$R/Y = 0,333$
Calice IV	$Y = 80,00$ cm	$R/Y = 0,125$

I relativi profili della sezione meridiana, che si ricavano immediatamente dalla (7), sono rappresentati nella fig. 1.

Sono state previste tre differenti serie di misure su ciascun calice:

a) determinazione del coefficiente di efflusso in funzione del carico e quindi della portata fino a quella di saturazione;

b) rilievo dell'andamento delle pressioni sul paramento interno dello sfioratore per alcuni valori del carico;

c) misura della altezza d'acqua e della pressione che si manifestano in corrispondenza del colmo dello sfioratore al variare del carico di funzionamento.

L'apparato sperimentale (fig. 2) comprendeva una vasca di smorzamento in muratura, alta 1,25 m e della sezione di 1,3 m² circa, alimentata attraverso una saracinesca di regolazione da una derivazione della condotta omnibus del laboratorio [5]. A monte di quest'ultima veniva eseguita la misura della portata per mezzo di boccagli tarati incorporati nelle attrezzature fisse. Precisamente, si è impiegato il boccaglio di diametro $\varnothing = 50$ mm per le portate fino a circa 10 l/s, e quello di diametro $\varnothing = 100$ mm per le portate maggiori. Questa apparecchiatura consente una

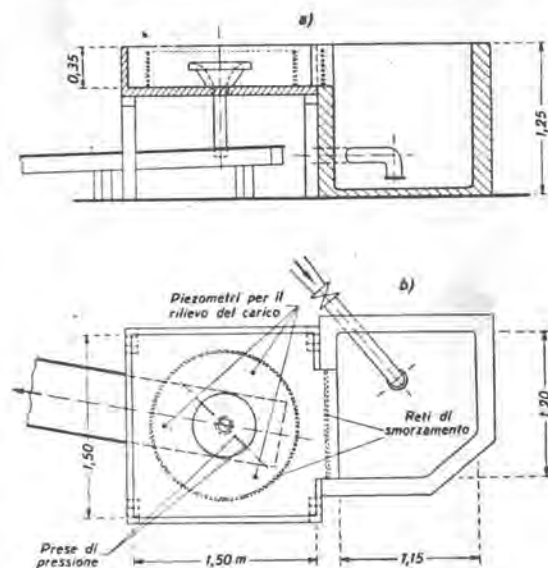


Fig. 2. - Sezione a) e planimetria b) dell'apparato sperimentale.

approssimazione non inferiore al 0,3% nella misura delle portate maggiori di 1,5 l/s e non inferiore al 0,6% per quelle più piccole.

Il vero e proprio serbatoio pensile è stato costruito in legno e masonite, con pianta di 1,50 x 1,50 m ed altezza 0,35 m. Esso è stato messo in comunicazione con la vasca in muratura per tutta la sua altezza e per una larghezza di 0,90 m.

Nel centro di questo serbatoio, su un'apertura del fondo del diametro di 140 mm, sono stati successivamente montati i diversi modelli di sfioratore (fig. 3), fissandoli rigidamente al fondo stesso, con l'interposizione di una guarnizione di gomma. Concentricamente ad essi, su un diametro di 1,20 m è stata sistemata una fitta rete anulare (fig. 2) avente il compito di regolarizzare la corrente di arrivo. La disposizione è risultata molto efficace: controlli eseguiti osservando le traiettorie di sabbie molto fini trasportate in sospensione o di limatura di alluminio trascinata sulla superficie hanno assicurato che il moto dell'acqua avveniva senza sensibili componenti tangenziali della velocità ed in modo praticamente identico sui vari piani radiali. Si veda a conferma la fotografia di fig. 4 che mostra le traiettorie superficiali di arrivo al calice II.

Al lembo inferiore di ogni calice è stato collegato volta per volta, un breve tronco verticale (0,60 m) di condotta in perspex del diametro interno di 100 mm terminante liberamente al di sopra della canaletta di scarico (fig. 3).

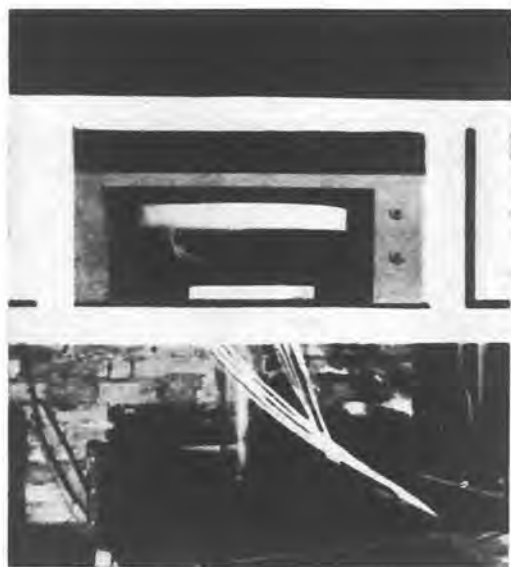


Fig. 3. - Il serbatoio, il calice di raggio $R = 25$ cm, e la condotta di scarico visti da valle.

I calici stessi sono stati realizzati con fusioni in alluminio, rifinite su tornio a copiare, ed accuratamente verniciate. Per completare il corpo degli sfioratori, si è aggiunto un paramento esterno verticale giungente fino a quota



Fig. 4. - Traiettorie superficiali di arrivo al calice II ($R = 20$ cm).

— 6 cm rispetto alla soglia (fig. 5), ed avente raggio 26,50 cm, 20,96 cm, 15,55 cm, e 10,26 cm rispettivamente per i calici I, II, III, e IV. L'aggetto esterno risulta perciò nell'ordine di 1,50 cm, 0,96 cm, 0,55 cm e 0,26 cm, come

richiesto dalla (9). A quota $-Y$, assegnata dalla (8), pari nei quattro casi a 0,5 cm, 0,4 cm, 0,3 cm e 0,2 cm, tale paramento è stato interrotto per iniziare il raccordo ellittico con la soglia.

La misura del carico di funzionamento è stata eseguita nei tre punti indicati in fig. 2, in cui l'altezza generatrice della velocità era praticamente insensibile. In questi punti

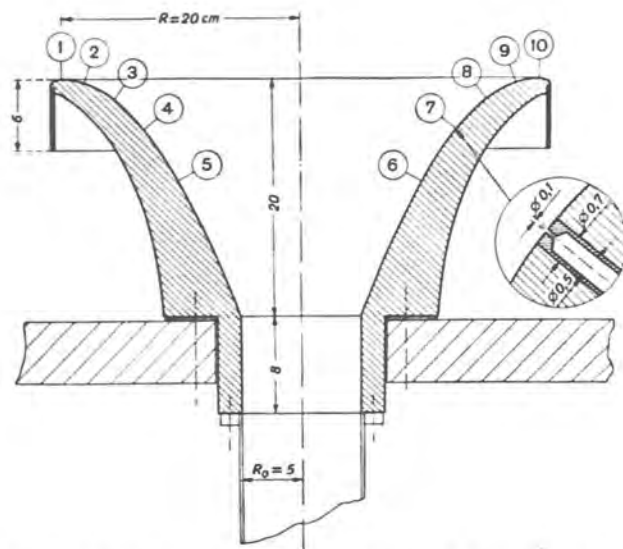


Fig. 5. - Sezione del calice II ($R = 20$ cm) con il particolare di una presa di pressione.

sono stati collocati tre tubicini verticali di ottone, forati in diverse posizioni e collegati insieme, per mezzo di tubi in plastica trasparente, ad un unico tubo in vetro ($\varnothing 50$ mm) posto a fianco del serbatoio.

La lettura della quota del pelo libero dell'acqua è stata fatta mediante un catetometro Askania con scala graduata al centesimo di millimetro, ed il riferimento alla soglia, per la determinazione del carico, è stato eseguito misurando a serbatoio carico e con lo stesso catetometro, la quota di una riga metallica con spessore costante, appoggiata sul calice in una posizione diametrale.

Tenuto conto che l'errore nella misura del carico era normalmente inferiore allo 0,5%, l'approssimazione nella determinazione del coefficiente di efflusso può ritenersi non inferiore all'1%.

Per le misure dei carichi sul paramento interno dei singoli sfioratori, sono state predisposte su un piano meridiano 10 prese di pressione (fig. 1), che venivano poi collegate con tubi di plastica ad altrettanti piezometri di perspex ($\varnothing 100$ mm) raccolti su apposito tabellone. Le prese vere e proprie erano costituite da tubi di ottone incassati nel corpo dello sfioratore e terminanti con una piccola luce ($\varnothing 1$ mm) in corrispondenza del paramento interno (v. particolare della fig. 5).

Il rilievo delle quote dei peli liberi nei piezometri è stato effettuato con il solito catetometro Askania. Lo stesso catetometro è servito a misurare anche le quote dei centri delle prese. A questo scopo si è impiegato un distanziatore a corpo semicilindrico, innestato nelle prese in modo da presentare le generatrici orizzontali, sul quale si faceva

poggiare un'asta verticale con il bordo inferiore sagomato a coltello.

Complessivamente, si può ritenere che l'errore indotto su un singolo carico piezometrico dal solo metodo di lettura adottato non superi i 0,1 mm. La disposizione delle prese di pressione a coppie simmetricamente disposte (fig. 4) permetteva inoltre un giudizio sulla attendibilità dei risultati ottenuti, confermando la buona esecuzione della coppia di prese o consigliandone la sostituzione.

Il rilievo degli spessori della lama d'acqua in corrispondenza del colmo dello sfioratore, infine, è stato eseguito con le solite aste idrometriche munite di nonio al decimo di millimetro.

3. - RISULTATI SPERIMENTALI.

Le portate Q utilizzate nelle esperienze ed i relativi valori riscontrati per il carico di funzionamento H , sono riportati nella tab. I, insieme ai valori del coefficiente di efflusso μ calcolati con la (10), ed ai rapporti adimensionali H/Y . L'andamento del carico in funzione della portata è illustrato convenientemente dal grafico di fig. 6.

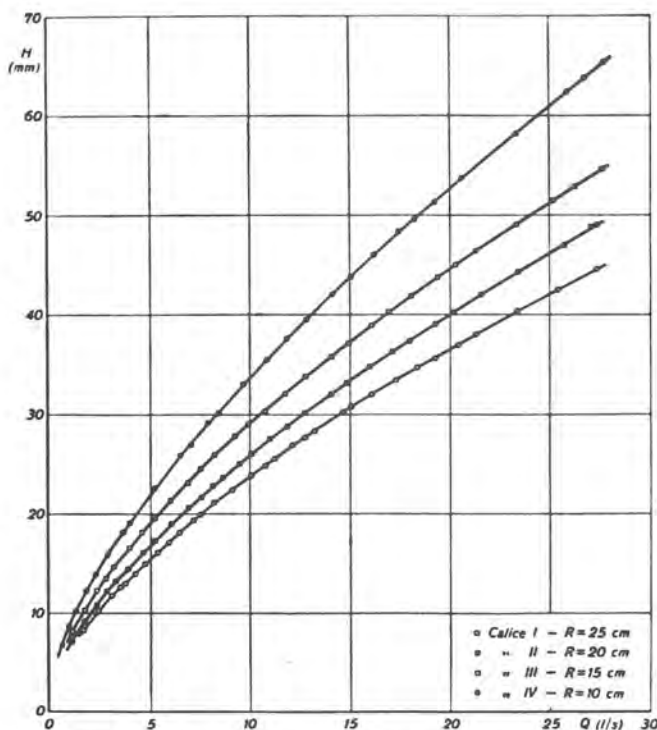


Fig. 6. - Relazione fra i carichi H e le portate Q .

Il deflusso risulta del tutto regolare fino alle massime portate sperimentate (figg. 7 e 8); le lame tracimanti appaiono ferme e stabili. E ciò anche per il IV calice, che funziona con forti depressioni sul paramento interno. In questo caso però, con drastici interventi esterni tendenti a convogliare aria sotto la lama sfiorante, si provoca un distacco della vena in corrispondenza della soglia con conseguente diminuzione (13% circa) del coefficiente di efflusso. L'aria introdotta resta dapprima racchiusa in

una sacca compresa fra il calice e la lama stramazante, per venir poi eliminata lentamente verso valle finché il deflusso ritorna spontaneamente alle condizioni normali^(*).

Il rigurgito provocato a valle (figg. 9 e 10) si è manifestato solo per portate assai prossime a quella di saturazione:



Fig. 7. - Deflusso con portata di circa 20 l/s sul calice I ($R = 25$ cm).

le esperienze 29 e 30 relative al II calice sono state compiute al primo apparire del rigurgito nella sezione più bassa dello sfioratore e rispettivamente con il rigurgito prossimo al limite di sommergenza per la soglia. Come si vede, l'in-



Fig. 8. - Deflusso con portata di circa 20 l/s sul calice IV ($R = 10$ cm).

cremento di portata necessario per far compiere al rigurgito un'escursione uguale a tutta l'altezza dello sfioratore è di appena 0,28 l/s, pari all'1% circa.

I quattro calici sperimentati, che erano assoggettati ad identiche condizioni di valle, hanno raggiunto la saturazione praticamente per la stessa portata (27,5 l/s) confermando quanto previsto con la posizione (12). Il leggero incremento (0,37 l/s) della portata di saturazione con il di-

(*) Nella precedente serie di esperienze [11] lo stesso calice era munito internamente di setti a crociera che, interrompendo la continuità della lama, permettevano il libero ingresso all'aria, così che l'efflusso a lama aerata si mostrava molto più stabile, e risultava anzi praticamente l'unico possibile per portate superiori ai 15 l/s.

TABELLA I.

N.	Portata Q (l/s)	Carico H (mm)	Coefficiente di portata μ	H/Y	N.	Portata Q (l/s)	Carico H (mm)	Coefficiente di portata μ	H/Y
CALICE I. $R = 25 \text{ cm}$, $Y = 31,23 \text{ cm}$, $R/Y = 0,801$					CALICE III. $R = 15 \text{ cm}$, $Y = 45,00 \text{ cm}$, $R/Y = 0,333$				
1	1,755	8,28	0,335	0,0265	1	1,210	8,19	0,391	0,0182
2	2,470	10,16	0,347	0,0325	2	1,780	10,31	0,407	0,0220
3	3,12	11,70	0,354	0,0375	3	2,380	12,25	0,420	0,0272
4	3,56	12,62	0,360	0,0404	4	2,803	13,48	0,428	0,0300
5	3,74	12,99	0,362	0,0416	5	3,23	14,66	0,433	0,0326
6	4,22	13,93	0,368	0,0446	6	3,93	16,59	0,440	0,0377
7	4,72	14,93	0,371	0,0478	7	4,57	18,16	0,447	0,0404
8	5,34	16,10	0,375	0,0516	8	5,20	19,58	0,454	0,0435
9	5,91	17,16	0,377	0,0550	9	6,00	21,33	0,461	0,0474
10	6,46	18,14	0,379	0,0581	10	6,86	23,17	0,466	0,0515
11	7,17	19,38	0,381	0,0620	11	7,52	24,56	0,468	0,0546
12	7,50	19,88	0,384	0,0640	12	8,22	25,92	0,472	0,0576
13	8,18	21,07	0,384	0,0674	13	9,24	27,83	0,476	0,0619
14	9,10	22,41	0,389	0,0718	14	9,94	29,00	0,482	0,0644
15	10,05	23,83	0,392	0,0763	15	10,75	30,37	0,486	0,0675
16	10,77	24,84	0,395	0,0795	16	11,74	32,09	0,489	0,0713
17	11,24	25,58	0,395	0,0819	17	12,80	33,82	0,492	0,0752
18	12,15	26,91	0,396	0,0862	18	14,10	35,85	0,497	0,0797
19	12,75	27,68	0,397	0,0886	19	14,90	37,14	0,498	0,0826
20	13,22	28,37	0,397	0,0908	20	16,05	38,95	0,500	0,0856
21	14,65	30,24	0,399	0,0968	21	16,92	40,25	0,502	0,0895
22	15,07	30,76	0,401	0,0985	22	18,04	41,90	0,504	0,0931
23	16,05	32,00	0,402	0,1024	23	19,36	43,75	0,506	0,0972
24	17,30	33,45	0,406	0,1071	24	20,28	45,05	0,508	0,1001
25	18,35	34,70	0,407	0,1111	25	21,30	46,40	0,511	0,1031
26	19,27	35,65	0,410	0,1142	26	23,35	49,05	0,515	0,1090
27	20,40	36,95	0,412	0,1183	27	25,20	51,50	0,516	0,1145
28	21,30	38,00	0,412	0,1217	28	26,25	52,85	0,517	0,1175
29	23,40	40,35	0,414	0,1292	29	27,60	54,70	0,517	0,1215
30	25,40	42,50	0,416	0,1361					
31	27,35	44,60	0,416	0,1428					
CALICE II. $R = 20 \text{ cm}$, $Y = 35,58 \text{ cm}$, $R/Y = 0,562$					CALICE IV. $R = 10 \text{ cm}$, $Y = 80,00 \text{ cm}$, $R/Y = 0,125$				
1	1,194	7,15	0,355	0,0226	1	0,712	6,72	0,464	0,0084
2	1,791	9,16	0,367	0,0257	2	1,062	8,65	0,474	0,0108
3	2,377	10,86	0,377	0,0305	3	1,387	10,17	0,485	0,0127
4	2,838	12,10	0,383	0,0340	4	1,893	12,27	0,500	0,0153
5	3,30	13,24	0,389	0,0372	5	2,34	13,87	0,514	0,0173
6	3,88	14,51	0,399	0,0408	6	2,94	15,88	0,527	0,0199
7	4,61	16,13	0,404	0,0453	7	3,67	18,16	0,539	0,0227
8	5,20	17,32	0,410	0,0487	8	3,99	19,10	0,543	0,0239
9	6,03	18,97	0,415	0,0534	9	5,18	22,58	0,548	0,0282
10	6,91	20,67	0,418	0,0581	10	6,50	25,89	0,559	0,0324
11	7,53	21,82	0,420	0,0614	11	7,04	26,96	0,564	0,0337
12	8,12	22,82	0,423	0,0642	12	7,89	29,18	0,569	0,0365
13	8,63	23,68	0,425	0,0666	13	8,41	30,19	0,576	0,0377
14	9,50	25,06	0,430	0,0704	14	9,70	33,06	0,579	0,0413
15	10,06	26,06	0,431	0,0732	15	10,85	35,48	0,583	0,0443
16	11,00	27,55	0,433	0,0774	16	11,80	37,59	0,586	0,0470
17	11,88	28,80	0,436	0,0810	17	12,85	39,50	0,588	0,0494
18	12,77	30,15	0,438	0,0848	18	14,15	42,05	0,589	0,0526
19	14,08	32,10	0,440	0,0903	19	15,03	43,80	0,589	0,0548
20	14,85	33,20	0,441	0,0934	20	16,20	46,00	0,590	0,0575
21	15,97	34,75	0,443	0,0977	21	17,45	48,30	0,590	0,0604
22	17,12	36,30	0,445	0,1020	22	18,22	49,55	0,593	0,0619
23	17,96	37,40	0,446	0,1052	23	19,23	51,30	0,594	0,0641
24	19,26	39,05	0,448	0,1097	24	20,60	53,70	0,595	0,0671
25	20,20	40,25	0,449	0,1132	25	23,37	58,20	0,597	0,0728
26	21,59	42,00	0,451	0,1181	26	25,88	62,40	0,596	0,0780
27	23,47	44,30	0,452	0,1245	27	26,76	63,80	0,596	0,0798
28	25,72	47,00	0,453	0,1322	28	27,72	65,30	0,597	0,0816
29	27,07	48,60	0,453	0,1366					
30	27,35	48,80	0,453	0,1372					

minuire del raggio della soglia corrisponde bene, almeno qualitativamente, all'influenza dell'aumento del carico di saturazione.

Naturalmente il moto nella condotta verticale, sotto gli sfioratori, avviene con forte trascinamento d'aria, specie a causa della mancanza di raccordo regolare fra tale tronco di condotta ed il corpo dello sfioratore. Ma rag-

giunto un massimo per $Q \approx 17$ l/s la portata d'aria appare diminuire con il crescere ulteriore di Q finendo con il riuscire inapprezzabile in fase di funzionamento rigurgitato.

Le pressioni misurate sul paramento interno sono riportate nella tab. II ed illustrate dalla fig. 11. Si tratta sempre di andamenti molto regolari, per cui i profili di



Fig. 9. - Il calice II ($R = 20$ cm) in fase di funzionamento rigurgitato ($Q \leq 27,5$ l/s).



Fig. 10. - Il calice III ($R = 15$ cm) in fase di funzionamento rigurgitato ($Q \leq 27,5$ l/s).

TABELLA II.

CALICE I $R = 25$ cm , $Y = 31,23$ cm , $R/Y = 0,801$						CALICE III $R = 15$ cm , $Y = 45,00$ cm , $R/Y = 0,333$					
Numero d'ordine delle prese	Quote del centro delle prese (mm)	Pressioni (mm d'acqua)				Numero d'ordine delle prese	Quote del centro delle prese (mm)	Pressioni (mm d'acqua)			
		$Q = 3,27$ l/s	$Q = 8,25$ l/s	$Q = 14,16$ l/s	$Q = 21,38$ l/s			$Q = 3,24$ l/s	$Q = 8,21$ l/s	$Q = 14,10$ l/s	$Q = 21,45$ l/s
1	0	8,7	14,4	18,0	21,5	1	0	6,2	2,9	-5,6	-19,3
2	-4,29	4,9	9,3	12,6	16,3	2	-2,31	2,9	0,5	-5,7	-15,6
3	-21,25	3,1	5,3	7,0	9,3	3	-12,54	1,1	-0,9	-5,5	-12,8
4	-52,40	1,1	1,9	2,5	3,9	4	-32,71	0,5	-0,7	-3,2	-7,2
5	-99,99	0,3	0,7	1,1	2,7	5	-64,46	-0,1	-0,5	-0,8	-1,1
6	-99,27	0,1	0,4	0,8	2,5	6	-64,46	-0,1	-0,5	-0,8	-1,1
7	-52,16	1,2	2,1	2,8	4,1	7	-32,63	0,4	-0,7	-3,4	-7,4
8	-21,07	3,1	5,3	7,0	9,3	8	-12,46	1,1	-0,9	-5,6	-12,9
9	-4,34	4,9	9,4	12,8	16,4	9	-2,40	2,9	0,5	-5,6	-15,4
10	0	8,7	14,4	17,9	21,4	10	0	6,2	2,9	-5,7	-19,4

CALICE II $R = 20$ cm , $Y = 35,58$ cm , $R/Y = 0,562$						CALICE IV $R = 10$ cm , $Y = 80,00$ cm , $R/Y = 0,125$					
Numero d'ordine delle prese	Quote del centro delle prese (mm)	Pressioni (mm d'acqua)				Numero d'ordine delle prese	Quote del centro delle prese (mm)	Pressioni (mm d'acqua)			
		$Q = 3,25$ l/s	$Q = 8,07$ l/s	$Q = 14,15$ l/s	$Q = 21,28$ l/s			$Q = 3,17$ l/s	$Q = 8,06$ l/s	$Q = 14,04$ l/s	$Q = 21,78$ l/s
1	0	8,0	12,4	14,5	13,5	1	0	-11,3	-56,5	-106	-206
2	-3,10	4,7	8,1	10,5	11,2	2	-2,34	-8,1	-37,3	-76	-137
3	-17,01	2,2	3,2	3,6	3,4	3	-8,57	-4,9	-23,4	-47	-76
4	-43,23	0,7	0,9	1,6	1,7	4	-19,34	-1,4	-8,5	-19	-45
5	-84,03	0,1	0,6	1,1	1,4	5	-33,70	-0,7	-3,8	-10	-29
6	-84,15	0,3	0,6	1,3	1,5	6	-33,34	-0,8	-3,2	-11	-29
7	-43,23	0,5	0,8	1,5	1,6	7	-19,19	-1,4	-8,8	-19	-46
8	-16,90	2,0	2,9	3,2	2,9	8	-8,55	-4,9	-23,1	-46	-75
9	-3,07	4,7	8,1	10,6	11,4	9	-2,34	-8,2	-38,4	-75	-134
10	0	8,0	12,3	14,4	13,5	10	0	-11,2	-56,2	-112	-213

equazione (7) risultano consigliabili anche sotto questo aspetto. Va solo osservato che il calice IV dà luogo a forti depressioni: con una portata di 9 l/s, pari ad un terzo di

quella di saturazione, tali depressioni risultano già doppie, in colonna d'acqua, del carico di funzionamento.

I valori più salienti di pressione si presentano sempre in corrispondenza della soglia: procedendo verso valle le pressioni tendono più o meno rapidamente al livello atmosferico. Per questa ragione sono state addensate le misure ai piezometri 1 e 10. Le relative letture p/γ per le varie portate sono elencate nella tab. III, unitamente alle altezze h della lama stramazzone rilevate sulla verticale delle stesse prese di pressione. La tabella riporta pure i carichi di funzionamento H , ottenuti per interpolazione dei dati della tab. I, ed alcuni altri valori significativi immediatamente calcolabili, quali H/Y , $p/\gamma H$ ed h/H .

4. - ELABORAZIONE DEI DATI SPERIMENTALI.

Secondo quanto precisato nelle premesse, il coefficiente di efflusso μ deve dipendere da due diversi parametri adimensionali, che appare naturale costruire a partire dai valori R ed H , in modo che il primo di essi caratterizzi la forma del calice ed il secondo individui la particolare condizione in cui esso viene fatto funzionare. Più precisamente si richiede che nel parametro contenente R figurino solo grandezze geometriche relative al calice, quali R_0 , L , ed Y . Tenendo presente che l'interruzione di un calice assegnato a diverse quote — L per collegarlo a condotte cilindriche di vario diametro può eventualmente influire sulla portata di saturazione, ma non sul valore del coefficiente di efflusso, si vede l'opportunità di escludere le lunghezze R_0 ed L dal numero puro in questione. Resta perciò Y^{-1} come adeguato fattore adimensionalizzante per R .

Circa la forma più opportuna per il secondo numero puro, quello contenente H , si hanno utili indicazioni dall'esame dei valori sperimentali di μ . Si osserva infatti (fig. 12) che l'andamento del coefficiente di efflusso in funzione di H/Y riesce dello stesso tipo per tutti e quattro i calici considerati, almeno se si esclude quanto avviene per il IV, con H/Y superiore a 0,04, ossia per portate sfiorate maggiori di circa 9 l/s. L'adozione di H/Y quale secondo parametro adimensionale consente quindi di scindere l'influenza della forma del calice da quella del carico di funzionamento, permettendo di esprimere il coefficiente di efflusso con il prodotto di due fattori, funzioni ciascuno di una sola variabile:

$$\mu = \mu_R \left(\frac{R}{Y} \right) \mu_H \left(\frac{H}{Y} \right).$$

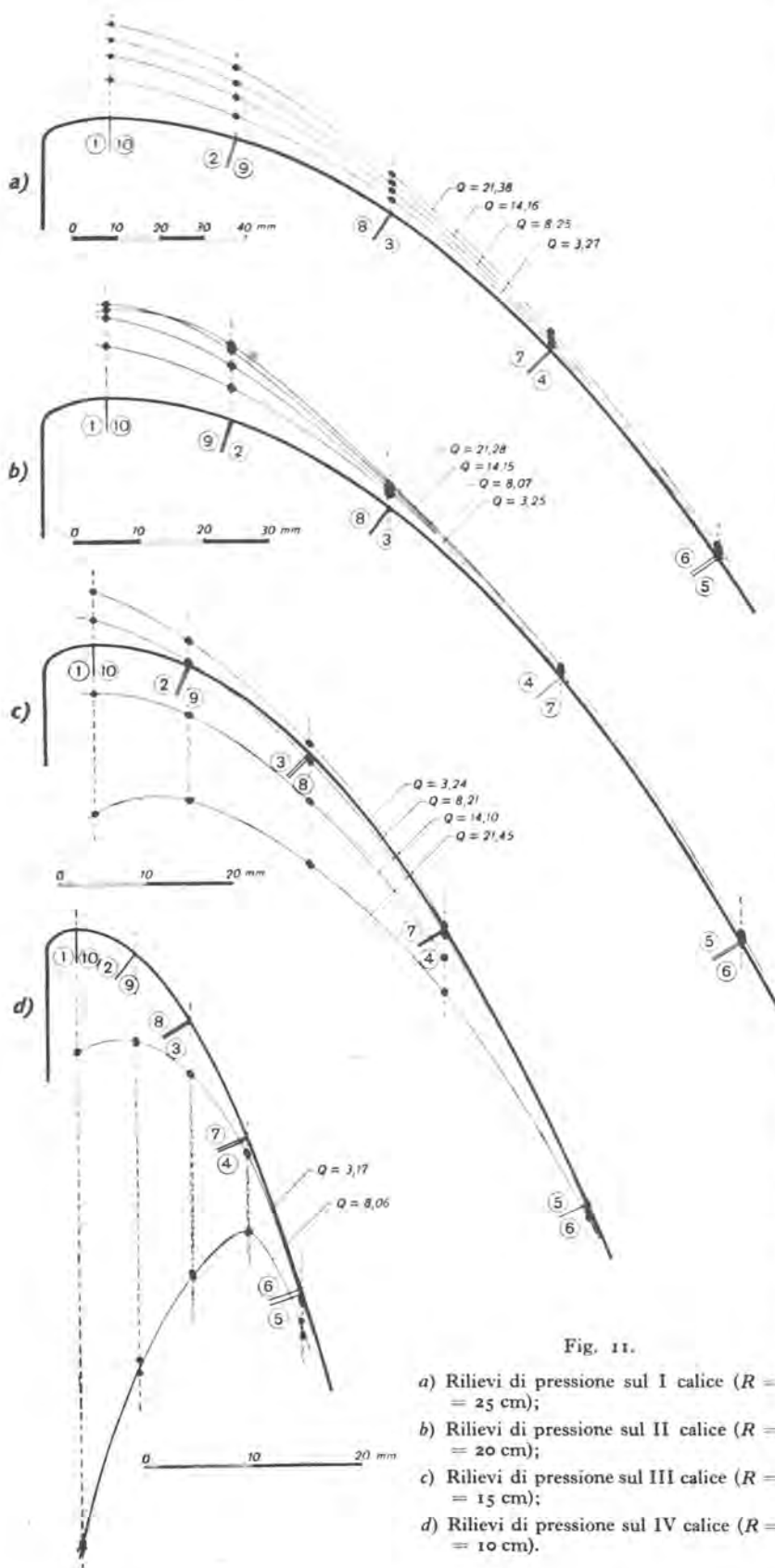


TABELLA III.

N.	Portata Q (l/s)	Carico H (mm)	$\frac{H}{Y}$	Pressioni p/γ (mm d'acqua)		$\frac{P}{\gamma H}$	Altezze d'acqua h (mm)		$\frac{h}{H}$
				I	10		I	10	
CALICE I									
$R = 25 \text{ cm} \quad , \quad Y = 31,23 \text{ cm} \quad , \quad R/Y = 0,801$									
1	1,99	8,90	0,0285	6,3	6,3	0,71	6,7	6,7	0,75
2	3,27	12,00	0,0384	8,7	8,7	0,72	9,6	9,6	0,80
3	5,20	15,45	0,0495	10,8	10,8	0,70	12,4	12,4	0,80
4	8,25	21,22	0,0679	14,4	14,4	0,68	17,5	17,5	0,82
5	11,28	25,65	0,0821	16,3	16,3	0,64	20,7	20,8	0,81
6	14,16	29,60	0,0947	18,0	17,9	0,61	24,0	24,1	0,81
7	17,33	33,50	0,1072	19,7	19,7	0,59	27,4	27,5	0,82
8	21,38	38,10	0,1220	21,5	21,4	0,56	31,4	31,5	0,83
9	25,57	42,70	0,1368	22,7	22,7	0,53	35,4	35,5	0,83
CALICE II									
$R = 20 \text{ cm} \quad , \quad Y = 35,58 \text{ cm} \quad , \quad R/Y = 0,562$									
1	1,791	9,16	0,0258	5,7	5,7	0,62	6,5	6,5	0,71
2	3,25	13,12	0,0369	8,0	8,0	0,61	9,7	9,6	0,73
3	5,25	17,42	0,0490	10,2	10,2	0,59	13,7	13,7	0,79
4	8,07	22,72	0,0638	12,4	12,3	0,54	18,3	18,3	0,81
5	11,08	27,68	0,0778	13,4	13,4	0,48	22,5	22,5	0,81
6	14,15	32,20	0,0906	14,5	14,4	0,45	26,2	26,3	0,81
7	17,28	36,40	0,1024	14,1	14,1	0,39	29,9	29,9	0,82
8	21,28	41,74	0,1173	13,5	13,5	0,32	34,4	34,5	0,82
9	25,62	46,88	0,1320	12,3	12,2	0,26	38,7	38,7	0,82
CALICE III									
$R = 15 \text{ cm} \quad , \quad Y = 45,00 \text{ cm} \quad , \quad R/Y = 0,333$									
1	1,785	10,32	0,0229	5,6	5,6	0,54	8,1	8,1	0,78
2	3,24	14,69	0,0326	6,2	6,2	0,42	11,6	11,6	0,79
3	5,20	19,58	0,0435	5,6	5,6	0,29	15,6	15,6	0,80
4	8,21	25,91	0,0576	2,9	2,9	0,11	20,7	20,8	0,80
5	10,65	30,20	0,0671	— 1,0	— 1,1	— 0,03	25,2	25,2	0,83
6	14,10	35,85	0,0797	— 5,6	— 5,7	— 0,16	28,9	29,0	0,81
7	17,57	41,20	0,0916	— 11,7	— 11,6	— 0,28	33,2	33,3	0,81
8	21,45	46,60	0,1035	— 19,3	— 19,4	— 0,42	38,0	38,0	0,82
9	25,67	52,10	0,1158	— 27,7	— 27,5	— 0,53	42,6	42,8	0,82
CALICE IV									
$R = 10 \text{ cm} \quad , \quad Y = 80,00 \text{ cm} \quad , \quad R/Y = 0,125$									
1	1,852	12,10	0,0151	— 2,4	— 2,4	— 0,20	9,1	9,1	0,75
2	3,17	16,60	0,0207	— 11,3	— 11,2	— 0,68	12,6	12,6	0,76
3	5,21	22,66	0,0283	— 28,3	— 28,1	— 1,25	17,2	17,3	0,76
4	8,06	29,52	0,0379	— 56	— 56	— 1,90	22,6	22,6	0,77
5	11,28	36,34	0,0454	— 83	— 87	— 2,24	28,3	28,3	0,78
6	14,04	41,75	0,0522	— 106	— 112	— 2,61	33,4	33,5	0,80
7	17,43	48,25	0,0604	— 151	— 162	— 3,24	39,6	39,6	0,82
8	21,78	55,60	0,0695	— 206	— 213	— 3,77	44,4	44,4	0,80
9	25,62	62,00	0,0775	— 248	— 256	— 4,07	50,4	50,5	0,81

Di più, i risultati sperimentali, esaminati su grafici a scale logaritmiche, suggeriscono le seguenti determinazioni approssimate per le due funzioni μ_R e μ_H :

$$\mu_R = \left(\frac{R}{Y} \right)^{0,262}$$

$$\mu_H = 0,420 - \frac{0,0047}{0,02 + H/Y},$$

così che complessivamente si ottiene

$$(13) \quad \mu = \left(0,420 - \frac{0,0047}{0,02 + H/Y} \right) \left(\frac{R}{Y} \right)^{0,262}$$

Le curve di equazione (13) relative ai quattro calici considerati sono riportate sulla stessa fig. 12 che raccoglie i punti sperimentali. Come si vede l'accordo è senz'altro

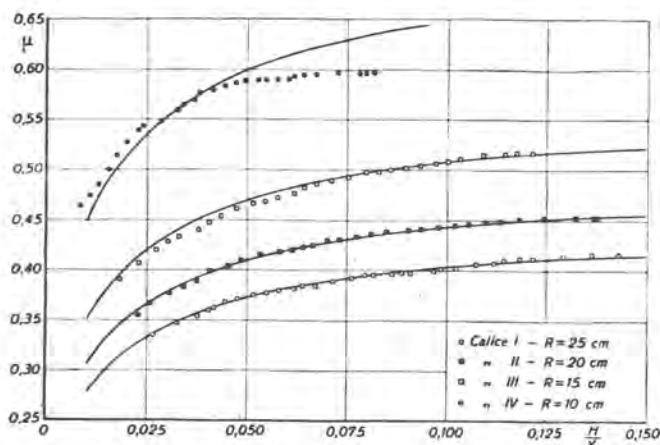


Fig. 12. - Le determinazioni sperimentali di μ a confronto con le curve di equazione $\mu = \left(0,420 - \frac{0,0047}{0,02 + H/Y}\right) \left(\frac{R}{Y}\right)^{0,262}$

soddisfacente: lo scarto si mantiene inferiore al 2%, superando tale limite solo nel caso del IV calice, per $H/Y > 0,04$. In questo campo, peraltro non adatto alle

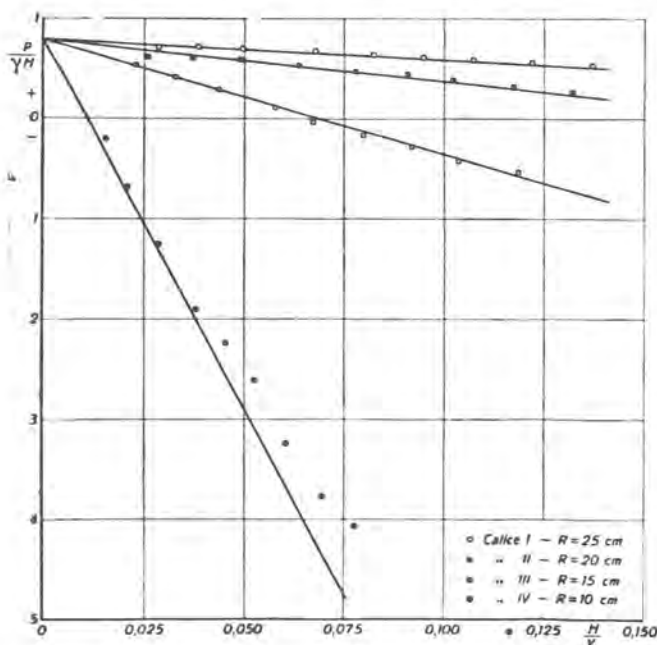


Fig. 13. - I valori sperimentali di $\frac{p}{\gamma H}$ e le curve di equazione

$$\frac{p}{\gamma H} = 0,80 - 1,42 \frac{H}{Y} \left(\frac{R}{Y}\right)^{1,9}$$

normali applicazioni tecniche per via delle elevate depressioni sullo sfioratore, lo scarto in questione è comunque ancora contenuto entro il 7% circa.

I parametri R/Y ed H/Y si prestano bene come valori

di riferimento anche per quanto riguarda le pressioni sul paramento in corrispondenza della soglia sfiorante, che come si è detto, costituiscono l'indice più significativo dello stato generale di sollecitazione sullo sfioratore. La fig. 13 mostra infatti che i dati sperimentali su tali pressioni, o meglio sui relativi rapporti adimensionali $P/\gamma H$, possono essere bene approssimati dalla relazione

$$(14) \quad \frac{p}{\gamma H} = 0,80 - 1,42 \frac{H}{Y} \left(\frac{R}{Y}\right)^{1,9}$$

a parte anche ora quanto si riferisce al IV calice con $H/Y > 0,04$.

Infine, il coefficiente di contrazione h/H della lama si mantiene sempre intorno al valore 0,80, salvo una leggera tendenza all'aumento con il crescere di H/Y . I valori minimi e massimi riscontrati sono rispettivamente 0,75 per $H/Y = 0,015$ e 0,83 per $H/Y = 0,15$.

5. - CONCLUSIONI.

Le espressioni empiriche ottenute per il coefficiente di efflusso e per il carico piezometrico sul ciglio, ossia le (13) e (14), insieme alla condizione (12) relativa al limite di saturazione, permettono di risolvere i problemi idraulici connessi con gli sfioratori a calice aventi il profilo meridiano qui proposto.

Con le stesse formule si può impostare anche il calcolo di progetto, giungendo, sia pure per tentativi, a stabilire le lunghezze fondamentali R ed Y dello sfioratore. Naturalmente, la soluzione di quest'ultimo problema è tutt'altro che unica, qualora siano assegnati solo la portata massima di funzionamento ed il relativo carico disponibile; il problema stesso diventa per contro ben determinato ove si prefissi pure la pressione sulla soglia.

Nel caso che sussista l'indeterminazione, questa può riuscire utile per soddisfare altre condizioni, di natura non idraulica, quale ad esempio quella di contenere il volume dell'opera muraria, o quella di indurre nel corpo dello sfioratore distribuzioni particolarmente convenienti degli sforzi [6]. L'arbitrarietà della scelta di R ed Y è comunque limitata dalle due condizioni (11) e (12) messe in luce all'inizio, e relative rispettivamente all'entità delle sottopressioni in corrispondenza del paramento interno ed alla possibilità di smaltimento della portata nella condotta di scarico.

In ordine ai criteri che possono servire di guida nella scelta di R ed Y entro il campo di valori accettabili, va ancora osservato che non è sempre efficace l'idea qualche volta suggerita [14] di attenersi a raggi della soglia piuttosto bassi, per cercare di ottenere, attraverso un aumento del coefficiente di efflusso, una diminuzione del carico necessario a sfiorare la portata prevista. Questo modo di procedere porta infatti ad un aumento dello sviluppo verticale del calice. Inoltre, se tale sviluppo è assegnato in partenza, il criterio risulta del tutto illusorio: l'incremento desiderato di μ si verifica effettivamente, giusta la (13), ma non è più sufficiente a compensare il diminuito sviluppo della soglia sfiorante, come mostra chiaramente la fig. 6.

Qualche altra osservazione qualitativa fatta nel corso delle prove può servire a completare il quadro della situazione. Se l'alimentazione avviene in maniera ragionevolmente regolare e simmetrica, lo sfioratore si comporta in modo soddisfacente: la lama tracimante è stabile ed uniforme, non vi è tendenza alla formazione di vortici ad asse verticale, ed infine, in fase di funzionamento rigurgitato, il fungo schiumoso centrale non tende a pulsare. Le irregolarità ed instabilità del deflusso a volte osservate [2] [7] [11] sono legate in maniera essenziale ad asimmetrie nell'alimentazione, quali possono presentarsi ad esempio per la vicinanza delle sponde del bacino⁽³⁾. Si tratta naturalmente di influenze non sempre prevedibili, e che solo una specifica indagine su modello permetterebbe di porre caso per caso in evidenza, suggerendo nel contempo i rimedi più adeguati.

BIBLIOGRAFIA

- [1] F. M. ABECASIS: *The Behaviour of Morning-Glory Shaft Spillways*. - « IARH, Proceedings of the sixth general Meeting », Delft, 1955.
- [2] J. N. BRADLEY: *Morning-Glory Shaft Spillways: Prototype Behaviour*. - « Trans. of the ASCE », 1956.
- [3] C. S. CAMP, J. W. HOWE: *Tests of Circular Weirs*. - « Civil Engineering », aprile 1939.
- [4] D. CITRINI: *Un'esperienza di calcolo numerico: lo stramazzo a pianta circolare*. - « Rendiconti del Seminario Matematico e Fisico di Milano », 1950.
- [5] G. COCCHI: *Il laboratorio dell'Istituto di Idraulica di Bologna*, 1954.
- [6] C. DATEI: *Alcune considerazioni sulla forma dei profili meridionali degli scaricatori a calice*. - « L'Acqua », marzo-aprile, 1961.
- [7] J. FAURE, L. PUGNET: *Etude de l'alimentation d'un évacuateur en puits*. - « VI Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche », Padova, maggio 1959.
- [8] L. M. LAUSHEY, F. T. MAVIS: *Air entrained by water flowing down vertical shafts*. - « Proc. Minnesota International Hydraulics Convention », Minneapolis, 1953.
- [9] E. LAZZARI: *Ricerca sperimentale sullo sfioratore a pianta circolare*. - « L'Energia Elettrica », novembre 1954.
- [10] E. LAZZARI: *Ricerca sperimentale sugli sfioratori a calice*. - « VI Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche », Padova, maggio 1959.
- [11] E. MARCHI, A. RUBATTA: *Ricerca sperimentale sugli sfioratori a calice*. - « VI Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche », Padova, maggio 1959.
- [12] C. J. POSEY: *How the vortex effects orifice discharge*. - « Engineering News-Record », marzo 1950.
- [13] A. SCHOKLITSCH: *Schachtüberfälle*. - « Wasserkraft und Wasserwirtschaft », febbraio 1942.
- [14] W. E. WAGNER: *Morning-Glory Shaft Spillways; Determination of Pressure - Controlled Profiles*. - « Transactions of the ASCE », 1956.

RECAPITO DELL'AUTORE

DOTT. ING. ANTONELLO RUBATTA - Istituto di Idraulica, Università di Bologna, viale Risorgimento 2.

⁽³⁾ Qualche indicazione sulle conseguenze di un'alimentazione asimmetrica può ricavarsi dall'esame dei due casi limite finora studiati: quello dello stramazzo circolare in parete sottile [12] e quello del pozzo praticato direttamente sul fondo del serbatoio [8].